COMPITI DELLE VACANZE di MATEMATICA futura 2LES

- Svolgi, PER OGNI tipologia di esercizio, ALMENO la metà degli esercizi proposti.
- Risolvi gli esercizi inserendo sempre le regole che utilizzi, ad esempio il calcolo dell'mcm nelle espressioni delle frazioni o la regola relativa al prodotto notevole utilizzato;
- Per chi deve rafforzare la preparazione gli esercizi da eseguire sono invece più della metà di quelli proposti;
- Rivedere e le regole inserite nel drive.
- Svolgi gli esercizi su fogli (pinzati tra loro e/ inseriti in una busta di plastica) da consegnare il primo giorno al rientro delle vacanze alla professoressa per essere valutati;
- Studia i POSTULATI e i TEOREMI di GEOMETRIA PIANA che trovi dopo gli esercizi.

MCD – MCM tra Monomi

331 ESERCIZIO SVOLTO

Determiniamo il massimo comune divisore e il minimo comune multiplo fra $2x^2y^5z^4u^2$, $4x^3y^9z^3u$, $8x^2y^4u^6$.

—

Massimo comune divisore

I coefficienti sono numeri naturali e il loro massimo comune divisore è 2.

Le lettere che compaiono in **tutti** i monomi sono:

x, y, u

L'esponente minimo con cui compare la x nei tre monomi è 2; l'esponente minimo con cui compare la y è 4 e l'esponente minimo con cui compare la u è 1.

Pertanto il massimo comune divisore è $2 \cdot x^2y^4u^1$, ossia $2x^2y^4u$.

Minimo comune multiplo

I coefficienti sono numeri naturali e il loro minimo comune multiplo è 8.

Le lettere che compaiono nei monomi sono:

x, y, z, u

L'esponente massimo con cui compare la x nei tre monomi è 3; l'esponente massimo con cui compare la y è 9, l'esponente massimo con cui compare la z è 4 e l'esponente massimo con cui compare la u è 6. Pertanto il minimo comune multiplo è $8x^3y^9z^4u^6$.

Calcola il M.C.D. e il m.c.m. fra i seguenti gruppi di monomi.

333 $x^3y^4z^4,\quad x^2yz^3,\quad x^2y^2z^2$

334 $2x^2y^5z^4,\quad 4x^3y^9z^3,\quad 8x^2y^4z^6$ [M.C.D. $= 2x^2y^4z^3$; m.c.m. $= 8x^3y^9z^6$]

335 $a^3b^2,\quad 7ac^4,\quad 14b^2c^3$

336 $3a^2b^2c^2,\quad 2a^4c^3d,\quad 9a^5b^4cd$ [M.C.D. $= a^2c$; m.c.m. $= 18a^5b^4c^3d$]

337 $x^3z^5,\quad x^2y^3z^3,\quad xy^2z^6$

338 $2x^2yz^4,\quad 4x^6y^2z^5,\quad x^2y^3z^6$ [M.C.D. $= x^2yz^4$; m.c.m. $= 4x^6y^3z^6$]

339 $9a^2b^4c,\quad 3ac^4,\quad 6bc^2$

340 $3a^2b^2c^2,\quad a^4c^3d,\quad 9a^5b^4cd$ [M.C.D. $= a^2c$; m.c.m. $= 9a^5b^4c^3d$]

341 $-3x^4y^2z^5,\quad 6xy^3,\quad 2x^2y^2z$

342 $\frac{1}{2}ab^3c,\quad 3a^2b^2,\quad -2a^3b^3cd$ [M.C.D. $= ab^2$; m.c.m. $= a^3b^3cd$]

344 $5a^2b^5c^3$, $10a^3c^2$, $4ab^6d^3$, $6abd$ [M.C.D. $= a$; m.c.m. $= 60a^3b^6c^3d^3$]

345 x^6y^7z, $2x^3y^6$, $3z^2$

346 **Videolezione** $8a^5b^{13}c^{10}$, $2a^5b^9c^7$, $4a^6b^2$ [M.C.D. $= 2a^5b^2$; m.c.m. $= 8a^6b^{13}c^{10}$]

347 $15a^{2n}b^{3m}c^4$, $3a^nb^{5m}$, $6b^mc^7$

348 **Videolezione** $6a^{4x}b^{12}c^{8y}$, $5b^7c^{4y}$, $3a^xb^5c^{7y}$ [M.C.D. $= b^5c^{4y}$; m.c.m. $= 30a^{4x}b^{12}c^{8y}$]

349 $36a^4b^3$, $-48b^5c^2$

350 $18x^3y^4$, $54x^2z^2$, $81y^5z^4$ [M.C.D. $= 9$; m.c.m. $= 162x^3y^5z^4$]

351 $90m^4np$, $36m^3n^4q$, $54p^4$

352 $20s^3y$, $56y^3z$, $42syz^3$ [M.C.D. $= 2y$; m.c.m. $= 840s^3y^3z^3$]

PROPRIETA' DELLE POTENZE

Semplifica le seguenti espressioni applicando OVUNQUE POSSIBILE le proprietà delle potenze

541 ESERCIZIO SVOLTO

Semplifichiamo l'espressione $[(-3)^2 + (-3)^3] : (-3) - [6 - (-2 - 1)]$.

$[(-3)^2 + (-3)^3] : (-3) - [6 - (-2 - 1)] =$

$= [(+9) + (-27)] : (-3) - [6 - (-2 - 1)] =$ Calcolando le potenze

$= [9 - 27] : (-3) - [6 + 2 + 1] =$ Togliendo le parentesi tonde dentro le quadre e cambiando, dove necessario, i segni

$= [-18] : (-3) - [+9] =$ Svolgendo le addizioni e le sottrazioni dentro le parentesi quadre

$= +6 - 9 = -3$ Eseguendo la divisione e la sottrazione

612 $\{(-21)^2 : (-7)^2 + [(-21)^3]^2 : (-21)^5\} : (-2)^2$ $[-3]$

613 $[(-2)^2 \cdot (-2)^5]^3 : (-2)^{17} + (-12) : (-2)^2$ $[13]$

614 $(-3)^2 - (-3)^0 - [(-2)^{13} \cdot (-2)^9] : [(-2)^6]^3$ $[-8]$

615 $(-2)^2 : (-2) + (-3)^2 - [(-2)^2 \cdot (-2)^6] : (-2)^5$ $[15]$

616 Videolezione $\{[-2 - (-2)^2 - (-2)^3] \cdot 2^{10}\} : (2^3)^3 - [(-3)^3 \cdot (-3)^{11}] : [(-3)^6]^2$ $[-5]$

617 $-2 - [-1 - (-2)^2] + (-3)^6 : (-3)^3 + 6 - (-2)(+3)^0$ $[-16]$

618 $(-2)^2 - (-2)(+3) + (-2)^7 : (-2)^4 - [(-2)^8 \cdot (-2)^2] : (-2)^7$ $[10]$

619 $[(-2)^2 + (-3)] \cdot (-1) + [(+3)^3 \cdot (-3)^8] : (-3)^9 + [(-2)^3]^2 : (-2)^4$ $[-6]$

620 Videolezione $\{[(-102)^7 \cdot 102^8] : (-102)^{14}\} : (-3) - \{(-5)^2 \cdot [-(-5)^6]^2\} : [-(-25)^3]^2$ $[9]$

621 $(-2)(-3) - \{[-1 - (-3)^4 : (-3)^3]^2 \cdot 2^7\} : 2^6 + (-2)^7 : (-2)^3 - (-2)^0$ $[+13]$

622 $(-2)^3 + (-3)^{10} : (-3)^8 - (-2)^2 + [(-2)^6(-2)^4] : (-2)^7 + 3^2 + (-3)^0$ $[-1]$

623 $[(-3)^7 : (-3)^3]^2 : (-81)^2 + (-3)^8 : (-3)^6$ $[10]$

624 $[(-25)^2 \cdot (-125)]^4 : [(-5)^9]^3 - (-5)^2 - (-5)^3$ $[95]$

PROPRIETA' DELLE POTENZE CON COEFFICIENTI FRAZIONARI

Semplifica le seguenti espressioni applicando OVUNQUE POSSIBILE le proprietà delle potenze

478 ESERCIZIO SVOLTO

Semplifichiamo l'espressione:

$$\left(-\frac{4}{5}\right)^3 \cdot \left(-\frac{13}{20} + \frac{1}{15} - \frac{1}{4}\right)^3 - \left(\frac{11}{6} - 3\right)^4 : \left(-\frac{7}{6}\right)^3 - \left(-\frac{11}{54}\right) - \left(-\frac{11}{54}\right)^0$$

$$\left(-\frac{4}{5}\right)^3 \cdot \left(-\frac{13}{20} + \frac{1}{15} - \frac{1}{4}\right)^3 - \left(\frac{11}{6} - 3\right)^4 : \left(-\frac{7}{6}\right)^3 - \left(-\frac{11}{54}\right) - \left(-\frac{11}{54}\right)^0 =$$

$$= \left(-\frac{4}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{-39 + 4 - 15}{60}\right)^3 - \underbrace{\left(-\frac{7}{6}\right)^4 : \left(-\frac{7}{6}\right)^3}_{\text{quoziente di potenze con la stessa base}} + \frac{11}{54} - 1 =$$

$$= \underbrace{\left(-\frac{4}{5}\right)^3 \cdot \left(-\frac{50}{60}\right)^3}_{\text{prodotto di potenze con lo stesso esponente}} - \left(-\frac{7}{6}\right)^{4-3} + \frac{11}{54} - 1 = \left[\left(-\frac{\cancel{4}^{2}}{\cancel{5}_{1}}\right) \cdot \left(-\frac{\cancel{5}^{1}}{\cancel{6}_{3}}\right)\right]^3 - \left(-\frac{7}{6}\right) + \frac{11}{54} - 1 =$$

$$= \left(\frac{2}{3}\right)^3 + \frac{7}{6} + \frac{11}{54} - 1 = \frac{8}{27} + \frac{7}{6} + \frac{11}{54} - 1 = \frac{16 + 63 + 11 - 54}{54} = \frac{36}{54} = \frac{2}{3}$$

503 $\frac{5}{6}-\left[\left(5-\frac{13}{2}\right)^3:\left(\frac{13}{5}-2\right)^3\right]^2:\left(-\frac{5}{2}\right)^5:\left(-\frac{5}{3}\right)-\frac{4}{5}\cdot\left(\frac{1}{6}-\frac{3}{4}\right)$ $\left[-\frac{1}{5}\right]$

504 $\left(-\frac{5}{2}\right)^7\cdot\left(-\frac{5}{2}\right)^{-4}:\left(\frac{5}{4}\right)^3+\left(\frac{11}{6}-\frac{3}{2}-\frac{13}{9}\right)^{-2}:\left(\frac{3}{2}\right)^4\cdot\left(\frac{8}{5}-2\right)^{-2}$ $[7]$

505 $\left(\frac{7}{6}-\frac{2}{3}+\frac{1}{4}\right)^2\cdot\left(\frac{7}{6}+\frac{2}{3}-\frac{3}{2}\right)^2-\left(-\frac{3}{2}\right)^5\cdot\left(-\frac{3}{2}\right)^{-1}\cdot\left(2-\frac{5}{3}\right)^4$ $[0]$

506 $\left(\frac{1}{6}-\frac{1}{5}-\frac{3}{10}\right)^3:\left(\frac{1}{6}-\frac{2}{3}-1\right)^{-2}+\left(-\frac{1}{2}\right)^3-\left(\frac{1}{2}\right)^3+\left(-\frac{1}{2}\right)^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2$ $\left[-\frac{1}{3}\right]$

507 $\left[\left(-\frac{1}{4}\right)^8\left(\frac{1}{2}\right)^{10}+\left(\frac{1}{16}\right)^3\left(-\frac{1}{2}\right)^{13}\right]:\left(\frac{1}{8}\right)^9$ $[-2]$

508 $\frac{5}{6}-\left\{\left[\left(\frac{3}{10}-\frac{1}{4}-\frac{2}{15}\right)^3:\left(\frac{5}{3}-\frac{3}{2}\right)^3+\frac{1}{4}\right]^2:\left(\frac{1}{2}\right)^7-\frac{1}{2}\right\}$ $\left[-\frac{2}{3}\right]$

509 $\left(-\frac{7}{5}\right)^0-\frac{15}{14}\cdot\left\{\left[\left(-\frac{1}{14}-\frac{2}{21}\right)^4:\left(\frac{5}{6}-1\right)^3-\frac{7}{3}\right]\cdot\left(-\frac{6}{25}\right)-2\right\}^2$ $\left[-\frac{11}{10}\right]$

510 $\left\{1-\left[\left(\frac{1}{2}-\frac{2}{3}+\frac{3}{4}\right)^2:\left(\frac{4}{21}-\frac{5}{14}\right)^2-10\right]^2\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^5\right\}^5\cdot\left(-\frac{3}{2}\right)^5:\left(-\frac{1}{2}\right)^3$ $\left[\frac{1}{4}\right]$

511 $\left[\left(-\frac{5}{4}\right):\left(-\frac{5}{8}\right)+\frac{1}{4}-\left(\frac{1}{2}\right)^3-\frac{19}{8}\right]:\left(-\frac{1}{2}\right)^3$ $[2]$

512 $\left[\left(-\frac{5}{4}\right)\cdot\left(-\frac{3}{5}\right)\right]^{-1}+\left[\left(\frac{4}{3}\right)^{-5}\right]^2:\left(\frac{4}{3}\right)^{-9}$ $\left[\frac{25}{12}\right]$

513 $\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot\frac{2^{15}\cdot(2^3)^3}{2^{27}}-\left(-\frac{1}{2}\right)^2-\left(1-\frac{3}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right)^{-1}\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)^3$ $\left[-\frac{5}{16}\right]$

514 $\left(-\frac{1}{2}+\frac{1}{6}\right)^{11}:\left(-\frac{1}{3}\right)^9-0{,}\bar{3}\cdot0{,}\bar{6}-\frac{1}{3}(-3-3^{-1})$ $[1]$

POLINOMI

Semplifica le seguenti espressioni.

237 $(x-3)(x+2)-(x+4)(x-5)$ $[14]$

238 $2x(3x+1)-(2x-1)(3x+2)$ $[x+2]$

239 $(x^2-1)(x^2+2)-(x^2+1)(x^2-2)$ $[2x^2]$

240 $(3a-1)(a^2+1)-3a^2(2+a)-a(3-7a)$ $[-1]$

241 $2x(x+4)-(-2x)^2+(3+x)(2-2x)+(2x)^2$ $[4x+6]$

242 $2a(a^2-1)-a(a+1)(2a+1)+(-3)(-a)$ $[-3a^2]$

243 $(2y+1)(y-2)-(y+4)(y-1)-(-6y^4):(-3y^3)$ $[y^2-8y+2]$

244 $2x(x+1)-(x-2)(x+3)-2(x^2-x-1)+x(x-3)$ $[8]$

245 $(-2a)(+3a)+(a-1)(a+2)-3a(a+2)-(-5a-2)$ $[-8a^2]$

246 $(+3a)(-2a)+(a-2)(a+3)-2a(a+3)-(-5a-3)$ $[-7a^2-3]$

247 $(a^2-a^3)(a-a^2)+(a+a^3)(a^2-a)-a^3(2a^2-3a+2)$ $[-a^2]$

248 $(m+n)(-2n)-(m-3n)(m+n)+(-6m^3n^2):(+2mn^2)$ $[n^2-4m^2]$

249 $6z^3(z^2-3z+2)-(6z^3-2z^2)(z^2-6z)$ $[20z^4]$

SCOMPOSIZIONI

Scomponi i seguenti polinomi eseguendo raccoglimenti totali.

12 $a^7 + a^3$ $\quad xy^2 + 3x^2y$ $\quad [a^3(a^4+1);\ xy(y+3x)]$

13 $4t^4 + 2t^2$ $\quad 5a^2b^3 + 15a^5b^2$

14 $3a^3 - 12a^2 + 6a$ $\quad 9x^{11} - 81x^{10}$ $\quad [3a(a^2-4a+2);\ 9x^{10}(x-9)]$

15 $k^{18} + k^9$ $\quad -2a^3b^5 + 4a^2b^3$

16 $11m^4 + 33m^3$ $\quad 3a^2b^5 + 6ab^2 + 12a^2b$ $\quad [11m^3(m+3);\ 3ab(ab^4+2b+4a)]$

17 $3y^4 - 15y^3 + 9y^2$ $\quad 5x^2yz + 10xy^2z + 15xyz^2$

18 $4x^4 + 2x^3 + 6x^2$ $\quad 7x^3y^2z + 35x^4y^3z^3$ $\quad [2x^2(2x^2+x+3);\ 7x^3y^2z(5xyz^2+1)]$

19 $12y^{10} + 4y^6$ $\quad 27a^4b^3 - 3a^3b^4 + 15a^3b^4$

20 $4x^4y^6z - 20x^8y^4$ $\quad x^{15} - x^{12} + x^7$ $\quad [4x^4y^4(y^2z-5x^4);\ x^7(x^8-x^5+1)]$

21 $12m^{12}n^9 - 15m^4n^6$ $\quad 24a^3b^2c^5 - 8a^5b^3c^3 + 12a^4bc^5$

22 $8x^4 + 4x^2$ $\quad 2a^5b + 2a^2b^5$ $\quad [4x^2(2x^2+1);\ 2a^2b(a^3+b^4)]$

23 $2a^3 + 2a^2$ $\quad 2x^3y + 6xy^4$

3 ESERCIZIO SVOLTO

Scomponiamo i seguenti polinomi, eseguendo un raccoglimento totale:

a. $2a^5 - 4a^3$ $\qquad$ **b.** $a^2bc^2 - abc^3 + abc^2$

---

a. $2a^5 - 4a^3 =$ Il massimo comune divisore tra i termini del polinomio è $2a^3$

$= 2a^3 \cdot a^2 - 2a^3 \cdot 2 =$ Applichiamo la proprietà distributiva

$= 2a^3(a^2 - 2)$

b. $a^2bc^2 - abc^3 + abc^2 =$ Il massimo comune divisore fra i termini del polinomio è abc^2

$= abc^2 \cdot a - abc^2 \cdot c + abc^2 \cdot 1 =$ Applichiamo la proprietà distributiva

$= abc^2(a - c + 1)$

Scomponi i seguenti polinomi eseguendo opportuni raccoglimenti totali.

39 $2(x+y)-x(x+y)$ $[(x+y)(2-x)]$

40 $(x+1)-2x(x+1)$ $[(x+1)(1-2x)]$

41 $4a(a+b)-b(a+b)$ $[(a+b)(4a-b)]$

42 $x(y+1)-3(y+1)$ $[(y+1)(x-3)]$

43 $5(x+1)-3x(x+1)$ $[(x+1)(5-3x)]$

44 $3(a+2)-(a+2)(a-3)$ $[(a+2)(6-a)]$

45 $(3a+b)^2-2(3a+b)$ $[(3a+b)(3a+b-2)]$

46 $3(x+2)^2-2(x+2)$ $[(x+2)(3x+4)]$

47 $(a+1)(a^2+1)-(a-1)(a^2+1)$ $[2(a^2+1)]$

48 $50(x-y)^{10}-10(x-y)^9$ $[10(x-y)^9(5x-5y-1)]$

49 $3(t-1)(t+2)^2+(t-1)^2(t+2)$ $[(t-1)(t+2)(4t+5)]$

50 $(x-2)(x+3)^2+2(x-2)^2(x+3)$ $[(x-2)(x+3)(3x-1)]$

51 $5x(x+1)-4(x+1)$ $[(x+1)(5x-4)]$

52 $(x+1)(x-2)-(x+1)(x+2)-x(x+1)$ $[-(x+1)(x+4)]$

53 $15a(a+4)+5a(a-2)(a+4)-5a^2(a+4)$ $[5a(a+4)]$

54 $3a^2(a^2-b)+(a^2-b)(5a^2-2b)+(a^2-b)^2$ $[3(a^2-b)(3a^2-b)]$

Il raccoglimento parziale

55 ESERCIZIO SVOLTO

Scomponiamo il polinomio $2a^3+a^2-6a-3$.

Raccogliendo fra i primi due fattori e fra gli ultimi due, abbiamo:

$$\underbrace{2a^3+a^2}_{\text{è possibile raccogliere } a^2}\underbrace{-6a-3}_{\text{è possibile raccogliere } -3}=\underbrace{a^2(2a+1)-3(2a+1)}_{\text{è possibile raccogliere } (2a+1)}=(2a+1)(a^2-3)$$

In alternativa avremmo potuto raccogliere fra il primo e il terzo termine e tra il secondo e il quarto.

$$2a^3+a^2-6a-3\underbrace{=}_{\text{proprietà commutativa}}\underbrace{2a^3-6a}_{\text{è possibile raccogliere } 2a}+a^2-3=\underbrace{2a(a^2-3)+1(a^2-3)}_{\text{è possibile raccogliere } (a^2-3)}=(a^2-3)(2a+1)$$

Scomponi i seguenti polinomi eseguendo opportuni raccoglimenti parziali.

62 $ab - 4b + a - 4$ $[(a-4)(b+1)]$

63 $xy + 3y - x - 3$ $[(x+3)(y-1)]$

64 $a^3 + a^2 + 4a + 4$ $[(a+1)(a^2+4)]$

65 $ab - 2a - b + 2$ $[(b-2)(a-1)]$

66 $ab + a + 4b + 4$ $[(a+4)(b+1)]$

67 $xy - 3x + 2y - 6$ $[(x+2)(y-3)]$

68 $a^3 - 5a^2 + 4a - 20$ $[(a^2+4)(a-5)]$

69 $3y + 12 - xy - 4x$ $[(3-x)(y+4)]$

70 $y^3 - 5y^2 + 3y - 15$ $[(y-5)(y^2+3)]$

71 **Videolezione** $4a^2 + 6ab + 6a + 9b$ $[(2a+3)(3b+2a)]$

72 $6 - 4b - 3a + 2ab$ $[(2-a)(3-2b)]$

73 $xy - 6x - 3y + 18$ $[(x-3)(y-6)]$

74 $a^6 + a^4 + 2a^2 + 2$ $[(a^2+1)(a^4+2)]$

75 $2t^6 + t^4 + 2t^2 + 1$ $[(2t^2+1)(t^4+1)]$

76 $2t^5 + t^4 + 6t + 3$ $[(2t+1)(t^4+3)]$

77 $2y^5 - y^4 + 10y - 5$ $[(2y-1)(y^4+5)]$

78 $ax + a - 3x - 3$ $[(x+1)(a-3)]$

79 $x^3 - 3x^2 + x - 3$ $[(x-3)(x^2+1)]$

80 $a^2 - 2a + ab - 2b$ $[(a-2)(a+b)]$

81 $2xy + 8x - 3y - 12$ $[(y+4)(2x-3)]$

82 $2xy + x - 2y - 1$ $[(x-1)(2y+1)]$

83 $kx + 2x + k + 2$ $[(k+2)(x+1)]$

$x^5 + x^4 + 2x^3 + 2x^2 =$

$= x^2(\ldots\ldots + \ldots\ldots + \ldots\ldots + \ldots\ldots) =$ **Raccoglimento totale di x^2**

$= x^2[x^2(\ldots\ldots + \ldots\ldots) + 2(\ldots\ldots + \ldots\ldots)] =$ **Raccoglimenti parziali**

$= x^2(\ldots\ldots + \ldots\ldots)(x^2 + 2)$ **Raccoglimento totale**

Scomponi i seguenti polinomi.

94 $3a^4 + 6a^3 + 9a^2 + 18a$ $[3a(a+2)(a^2+3)]$

95 $a^3b + a^2b^2 + a(a+b)^2$ $[a(a+b)(ab+a+b)]$

96 $12x^6 + 18x^5 + 8x^4 + 12x^3$ $[2x^3(2x+3)(3x^2+2)]$

97 $\frac{1}{2}a^3 + a^2 + a + 2$ $\left[\frac{1}{2}(a+2)(a^2+2)\right]$

98 $4a^2x^4 + 6a^4x^3 + 4a^3x^2 + 6a^5x$ $[2a^2x(a+x^2)(3a^2+2x)]$

99 $2a^6 + 2a^5 + a^3 + a^2$ $[a^2(a+1)(2a^3+1)]$

100 $a^4b + a^3b^2 + a^2b^2 + ab^3$ $[ab(a+b)(a^2+b)]$

101 $-2a^2b - 6a^2 + \frac{2}{3}ab + 2a$ $\left[2a\left(\frac{1}{3} - a\right)(3+b)\right]$

102 $6x^5y - 6x^4y^2 + 9x^3y^3 - 9x^2y^4$ $[3x^2y(x-y)(2x^2+3y^2)]$

103 $bx^3 + ax^3 - 2x^3 + bx^2 + ax^2 - 2x^2$ $[x^2(x+1)(a+b-2)]$

104 $a^3bx + a^3by - a^2b^2x - a^2b^2y$ $[a^2b(a-b)(x+y)]$

105 $t^9 - 2t^6 + t^7 - 2t^4$ $[t^4(t^2+1)(t^3-2)]$

106 $3a^2b - 3ab^2 + ab(a-b)^2$ $[ab(a-b)(a-b+3)]$

107 $3x^2(x+4)^2 + 2x^3(x+4)$ $[x^2(x+4)(5x+12)]$

108 $3x^2(x+1)^2 + 2x^3(x+1)$ $[x^2(x+1)(5x+3)]$

La differenza di due quadrati

109 ESERCIZIO SVOLTO

Scomponiamo i seguenti polinomi riconoscendo, in ciascuno di essi, la differenza di due quadrati:

a. $25 - a^2$ **b.** $\frac{36}{25}x^2y^2 - 1$

---

a. $25 - a^2 = \underbrace{5^2}_{A^2} - \underbrace{a^2}_{B^2} = \underbrace{(5 + a)}_{(A+B)}\,\underbrace{(5 - a)}_{(A-B)}$

b. $\frac{36}{25}x^2y^2 - 1 = \underbrace{\left(\frac{6}{5}xy\right)^2}_{A^2} - \underbrace{1^2}_{B^2} = \underbrace{\left(\frac{6}{5}xy + 1\right)}_{(A+B)}\underbrace{\left(\frac{6}{5}xy - 1\right)}_{(A-B)}$

Scomponi i seguenti polinomi riconoscendo in ciascuno di essi la differenza di due quadrati.

120 $25k^2 - 64$ $\frac{1}{9}x^2 - 4y^2$ $\left[(5k - 8)(5k + 8);\ \left(\frac{1}{3}x - 2y\right)\left(\frac{1}{3}x + 2y\right)\right]$

121 $4a^2 - 49$ $x^6y^2 - 4$

122 $x^4 - 100y^2$ $4x^4y^2 - 121$ $[(x^2 - 10y)(x^2 + 10y);\ (2x^2y - 11)(2x^2y + 11)]$

123 $-4 + 25a^2b^2$ $81t^2 - 25$

124 Videolezione $36a^4b^2 - c^6$ $9x^4 - 1$ $[(6a^2b - c^3)(6a^2b + c^3);\ (3x^2 - 1)(3x^2 + 1)]$

125 $-a^6 + 9b^2$ $-a^2b^2 + 16c^6$

126 $\frac{1}{4}a^6 - 25b^2$ $9x^4 - \frac{1}{100}y^2$ $\left[\left(\frac{1}{2}a^3 - 5b\right)\left(\frac{1}{2}a^3 + 5b\right);\ \left(3x^2 - \frac{1}{10}y\right)\left(3x^2 + \frac{1}{10}y\right)\right]$

127 $\frac{1}{36}x^6 - 9y^2$ $9 - \frac{4}{25}x^2y^4z^6$

128 $0{,}04x^{10} - 4y^2$ $\frac{49}{64}t^{12} - 0{,}25$ $\left[\left(\frac{1}{5}x^5 - 2y\right)\left(\frac{1}{5}x^5 + 2y\right);\left(\frac{7}{8}t^6 - \frac{1}{2}\right)\left(\frac{7}{8}t^6 + \frac{1}{2}\right)\right]$

129 $x^6 - 4y^4$ $9x^4 - 25y^2$

130 $x^6 - 36y^8$ $81t^6 - 1$ $[(x^3 + 6y^4)(x^3 - 6y^4);\ (9t^3 + 1)(9t^3 - 1)]$

131 $\frac{25}{16}a^4 - b^2$ $\frac{1}{4}a^4b^2 - \frac{1}{9}$

Lo sviluppo del quadrato di un binomio

143 ESERCIZIO SVOLTO

Scomponiamo i seguenti polinomi riconoscendo, nel caso sia possibile, lo sviluppo del quadrato di un binomio.

a. $16a^4 - 56a^2 + 49$ **b.** $\frac{36}{25}x^2 + 12xy + 25y^2$ **c.** $16a^2 + 4ab + b^2$

---

a. $16a^4 - 56a^2 + 49 = \underbrace{(4a^2)^2}_{A^2} + \underbrace{2 \cdot (4a^2) \cdot (-7)}_{2 \cdot A \cdot B} + \underbrace{(-7)^2}_{B^2} = [\underbrace{(4a^2)}_{A} + \underbrace{(-7)}_{B}]^2 = (4a^2 - 7)^2$

b. $\frac{36}{25}x^2 + 12xy + 25y^2 = \underbrace{\left(\frac{6}{5}x\right)^2}_{A^2} + \underbrace{2 \cdot \left(\frac{6}{5}x\right) \cdot (5y)}_{2 \cdot A \cdot B} + \underbrace{(5y)^2}_{B^2} = \left[\underbrace{\left(\frac{6}{5}x\right)}_{A} + \underbrace{(5y)}_{B}\right]^2 = \left(\frac{6}{5}x + 5y\right)^2$

c. $16a^2 + 4ab + b^2 = \underbrace{(4a)^2}_{A^2} + \underbrace{(4a) \cdot b}_{A \cdot B} + \underbrace{b^2}_{B^2}$ questo trinomio non può essere il quadrato di un binomio perché, anziché contenere il doppio prodotto delle due basi, ne contiene il prodotto semplice

Con GeoGebra **Scomponi i seguenti polinomi riconoscendo in ciascuno di essi lo sviluppo del quadrato di un binomio.**

148 $9x^2 - 30x + 25$ $\quad a^2 + 8a + 16$ $\quad [(3x-5)^2; (a+4)^2]$

149 **Videolezione** $x^4 + 2x^2 + 1$ $\quad 4a^2 - 4a + 1$

150 $100x^2 + 60x + 9$ $\quad 16x^2 - 24x + 9$ $\quad [(10x+3)^2; (4x-3)^2]$

151 $4x^2 - 44x + 121$ $\quad 36a^2 - 12a + 1$

152 $\frac{9}{4}x^2 - 6x + 4$ $\quad 4a^2 - 2a + \frac{1}{4}$ $\quad \left[\left(\frac{3}{2}x - 2\right)^2; \left(2a - \frac{1}{2}\right)^2\right]$

153 $\frac{25}{4}x^2 - 20x + 16$ $\quad \frac{a^2}{4} - 4a + 16$

154 $9x^2 - 2x + \frac{1}{9}$ $\quad \frac{a^2}{16} - a + 4$ $\quad \left[\left(3x - \frac{1}{3}\right)^2; \left(\frac{a}{4} - 2\right)^2\right]$

155 $16t^2 - 12t + \frac{9}{4}$ $\quad \frac{y^2}{16} - 4y + 64$

156 $49a^2 - 14a + 1$ $\quad 64x^6 + 48x^3y + 9y^2$ $\quad \left[(7a-1)^2; \left(8x^3 + 3y\right)^2\right]$

157 $\frac{1}{25}a^2 - \frac{2}{5}a + 1$ $\quad 25a^2 + 30a + 9$

EQUAZIONI DI PRIMO GRADO INTERE (con prodotti notevoli)

80 **ESERCIZIO SVOLTO**

Risolviamo le seguenti equazioni.

a. $(3x-4)^2-(3x-1)(3x+1)=2(x+3)-5(4x-3)$

b. $2x-3(x+4)=5-x$

c. $-2x+5x-6=3(x-4)+6$

---

a. $9x^2-24x+16-(9x^2-1)=2x+6-20x+15$ Svolgendo i calcoli

$\cancel{9x^2}-24x+16-\cancel{9x^2}+1=2x+6-20x+15$ Eliminando i termini opposti di secondo grado

$-24x-2x+20x=6+15-16-1$ Portando i termini in x al 1° membro e quelli numerici al 2°

$-6x=4$ Riducendo i termini simili

$\dfrac{\cancel{-6}^{1}x}{\cancel{-6}_{1}}=\dfrac{\cancel{4}^{2}}{-\cancel{6}_{3}}$ Dividendo entrambi i membri per -6

$x=-\dfrac{2}{3}$

In conclusione l'equazione è *determinata* e il suo insieme soluzione è $S=\left\{-\dfrac{2}{3}\right\}$.

b. $2x-3(x+4)=5-x$

$2x-3x-12=5-x$

$2x-3x+x=5+12$

$0\cdot x=17$

Poiché non esiste alcun numero che, moltiplicato per 0, dà come risultato 17, concludiamo che l'equazione è *impossibile*, ossia il suo insieme soluzione è $S=\varnothing$.

c. $-2x+5x-6=3(x-4)+6$

$-2x+5x-6=3x-12+6$

$-2x+5x-3x=-12+6+6$

$0\cdot x=0$

Poiché ogni numero, moltiplicato per 0, dà come risultato 0, concludiamo che l'equazione è *indeterminata* (in particolare è un'identità) e il suo insieme soluzione è $S=\mathbf{R}$.

116 $(2x-1)^2 - 11(x-1) = 4(x-2)^2$ $[4]$

117 $-2(2x-1) + 3(4x-4) + 7 = 8x - 1$ [Impossibile]

118 $(x-1)^2 + (x+1)^2 + (x-1)(x+1) = 3x^2 + 1$ [Indeterminata]

119 $2(x-1) + 3(2-x) = x - 4$ $[4]$

120 $-2(x-1) - (2x-3) = 5 - x$ $[0]$

121 $-2(x-1) + 3(4-x) = 2(x-3) - 5(2x+1)$ $\left[-\frac{25}{3}\right]$

122 $2 - 3[x - 2(x+1)] = x - [2 - (x-3)]$ $[-13]$

123 $(x+2)(x+5) = (x-4)^2$ $\left[\frac{2}{5}\right]$

124 $(2x-3)(2x+3) - (2x-3)^2 = (3-2x)(2x+3) + (2x-3)^2$ $\left[\frac{3}{2}\right]$

125 $(-x-1)^2 + (x-1)^2 = (x+1)^2 + (-x+1)^2$ [Indeterminata]

126 $-2\{[-2(x-1) - 1] - 1\} - 1 = (x+2)^2 - (x-2)^2$ $\left[-\frac{1}{4}\right]$

127 $(3x+1)(2x-1) + (2x+1)(3x-2) = 12(x-3)(x+1)$ $\left[-\frac{3}{2}\right]$

128 $[(x-1)^2 - (x+1)^2]^2 = (4x-3)^2$ $\left[\frac{3}{8}\right]$

---

129 $x(x-3)^2 - (x-3)^3 = 3(x-3)^2$ [Indeterminata]

130 $(x+1)^2 - (x-2)(3-x) = 2(x-1)(x+1)$ $[3]$

131 $(x-2)^2 - (x-2)(1-x) = 2(x-3)(x+3) - 7x$ [Impossibile]

132 $8x^3 - 1 = (2x-1)^3 + 6x(2x-1)$ [Indeterminata]

133 $(3x+1)(6x-1) - (3x+2)^2 - (3x-2)^2 = 2x$ $[9]$

134 $4(x-1) + 3(1-x) = 2[x - (1-x)]$ $\left[\frac{1}{3}\right]$

135 $(2x-1)^2 - (x+1)^2 = (3x-1)(x+2)$ $\left[\frac{2}{11}\right]$

136 $(x-1)^2 - (x-2)(x+1) = 1$ $[2]$

137 $(2x+1)(1-2x) = (5x-2)(x-1) - (3x-1)^2$ $[0]$

138 $(2x+1)^2 - 3(2x-1)(2x+1) = -2(2x+1)(2x-3)$ $\left[-\frac{1}{2}\right]$

139 $(2x-3)^2 - (4x-1)(x+2) = (3x-1)(3x+1) - 9x^2$ $\left[\frac{12}{19}\right]$

140 $(5x-10)^2 - (-x+10)^2 = -6(2x-1)(7-2x) - 10$ $[2]$

141 $[(x+1)^2 - (x-1)^2]^2 = (4x-1)(4x+1)$ [Impossibile]

EQUAZIONI DI PRIMO GRADO a coefficienti frazionari (con prodotti notevoli)

Equazioni a coefficienti frazionari

181 ESERCIZIO SVOLTO

Risolviamo l'equazione $\frac{x-1}{2}-\frac{x+3}{4}=\frac{x+2}{3}$.

$\frac{x-1}{2}-\frac{x+3}{4}=\frac{x+2}{3}$ — Il m.c.m. fra i denominatori è 12

$12\left(\frac{x-1}{2}-\frac{x+3}{4}\right)=12\,\frac{x+2}{3}$ — Moltiplicando i due membri per 12

$6(x-1)-3(x+3)=4(x+2)$ — Semplificando

$6x-6-3x-9=4x+8$ — Per la proprietà distributiva

$6x-3x-4x=8+6+9$ — Portando tutti i termini in x al 1° membro e quelli numerici al 2°

$-x=23 \Rightarrow x=-23$ — Riducendo i termini simili e dividendo entrambi i membri per -1

Pertanto l'insieme soluzione dell'equazione è $S=\{-23\}$.

206 $\frac{1}{6}x-\frac{5}{2}+\frac{3}{5}x+\frac{7}{10}=\frac{x}{15}-\frac{4}{3}$ $\left[\frac{2}{3}\right]$

207 $\frac{1}{12}x+\frac{5}{8}-\frac{1}{4}x=\frac{3}{2}-\frac{1}{6}x-\frac{7}{8}$ [Indeterminata]

208 $\frac{1}{2}(x-1)-\frac{1}{3}(3x-6)=\frac{1}{4}(2x-8)$ $\left[\frac{7}{2}\right]$

209 $\frac{x-1}{2}-\frac{3x-2}{6}=\frac{1}{3}(x-4)-\frac{2x-1}{4}$ $\left[-\frac{11}{2}\right]$

210 $\frac{(2x-1)(2x+1)-(1-2x)^2}{5}-\frac{x}{10}=-\frac{2-x}{2}$ $[-3]$

211 $\frac{1}{2}(x+1)^2-(x-2)(x+2)=x^2-\frac{3}{2}(x-1)(x+2)$ $\left[-\frac{3}{5}\right]$

212 $\frac{x}{2}-\frac{x+1}{6}=\frac{1-x}{12}-\frac{2-x}{3}$ $[-5]$

213 $\frac{6x-7}{3}-\frac{5x-3}{18}=\frac{2x+3}{9}+\frac{3x-5}{2}$ [Indeterminata]

214 $\frac{4x+3}{21}-\frac{6x+11}{14}=\frac{5x-1}{6}$ $\left[-\frac{4}{9}\right]$

215 $\frac{2x-3}{10}=\frac{6x-2}{15}-\frac{1+x}{5}$ [Impossibile]

216 $\frac{8x-7}{12}-\frac{5x-1}{48}=\frac{x}{8}-1$ $[-1]$

217 $\left(x-\frac{1}{3}\right)^2 - x\left(x-\frac{2}{3}\right)=\frac{1}{9}$ [Indeterminata]

218 $\frac{3}{7}x\left(\frac{7}{6}x-1\right)-\frac{1}{2}x\left(x+\frac{1}{7}\right)=1$ [-2]

219 $\frac{1}{2}(x-1)=\frac{3}{2}(x+2)-\frac{1}{3}x$ $\left[-\frac{21}{4}\right]$

220 $\left(\frac{1}{2}x-2\right)\left(2x+\frac{1}{2}\right)=\left(\frac{3}{2}x+\frac{1}{3}\right)\left(\frac{2}{3}x-3\right)$ [0]

221 $\frac{(x+1)^2}{4}-\frac{(2x-3)^2}{6}=\frac{(x+1)^2}{3}-\frac{(3x-2)^2}{12}$ $\left[\frac{3}{2}\right]$

222 $\frac{(3x-5)(x+1)}{18}+\frac{(x+2)(x+3)}{6}=\frac{(2x+3)^2}{12}$ $\left[-\frac{1}{10}\right]$

223 $\frac{(x-1)^2}{4}-\frac{(x+1)^2}{3}=\frac{(1+x)(1-x)}{12}-\frac{x-2}{6}$ $\left[-\frac{1}{2}\right]$

224 $\frac{x(x-1)}{2}-\frac{(x-1)^2}{5}+\frac{(x-2)(x+3)}{10}=\frac{2}{5}x^2-x-\frac{9}{5}$ [-1]

225 $\left(\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}\right)\left(\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}\right)+\frac{x-2}{4}=\left(\frac{x-1}{2}\right)^2$ [4]

226 $\frac{2x-3}{4}+6+\frac{x}{2}=\frac{3(x-3)}{4}-2$ [-38]

245 **Vero o falso?**

a. l'equazione $3x=0$ è impossibile V F

b. l'equazione $3x=1$ ha come soluzione il reciproco di 3 V F

c. l'equazione $x-5=0$ ha come soluzione l'opposto di 5 V F

d. l'equazione $\frac{3}{4}x=0$ ha come soluzione $x=\frac{4}{3}$ V F

e. l'equazione $\frac{3}{4}x=\frac{5}{4}$ ha come soluzione $x=\frac{1}{2}$ V F

f. l'equazione $7x=5$ è impossibile in **N** ma non in **Q** V F

g. l'equazione $x=-x$ è impossibile, perché un numero non può essere uguale al suo opposto V F

h. l'equazione $x+6=x+7$ è impossibile V F

i. l'equazione $(x-1)^2=(1-x)^2$ è indeterminata V F

[4 affermazioni vere e 5 false]

DISEQUAZIONI DI 1°GRADO (intere e a coeff. frazionari)

54 ESERCIZIO SVOLTO

Risolviamo le seguenti disequazioni:

a. $(2-x)^2 - 7x + 2 \geq (x+4)(x-4)$

b. $\dfrac{2x+5}{6} + \dfrac{4x-3}{4} - \dfrac{4x+1}{3} < 1$

c. $2(x+1) - x > x + 2$

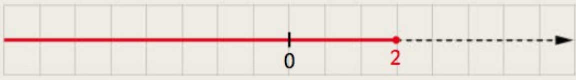
---

a. $(2-x)^2 - 7x + 2 \geq (x+4)(x-4) \quad \Rightarrow \quad 4 - 4x \cancel{+x^2} - 7x + 2 \geq \cancel{x^2} - 16 \quad \Rightarrow$

$\Rightarrow \quad -4x - 7x \geq -16 - 4 - 2 \quad \Rightarrow \quad -11x \geq -22$

Poiché -11 è negativo, dividendo i due membri per -11 occorre invertire il verso della disequazione:

$\dfrac{-\cancel{11}^{1}}{-\cancel{11}_{1}} x \leq \dfrac{-\cancel{22}^{2}}{-\cancel{11}_{1}} \Rightarrow x \leq 2$, da cui l'insieme soluzione è $S = (-\infty, 2]$, che ha la seguente rappresentazione:



b. $\dfrac{2x+5}{6} + \dfrac{4x-3}{4} - \dfrac{4x+1}{3} < 1 \Rightarrow \dfrac{2(2x+5) + 3(4x-3) - 4(4x+1)}{12} < \dfrac{12}{12} \Rightarrow$

$\Rightarrow 4x + 10 + 12x - 9 - 16x - 4 < 12 \Rightarrow 4x + 12x - 16x < 12 - 10 + 9 + 4 \Rightarrow 0x < 15$

Poiché si ottiene una disuguaglianza *vera* per ogni $x \in \mathbf{R}$, concludiamo che la disequazione è *sempre verificata*, pertanto $S = \mathbf{R}$.

c. $2(x+1) - x > x + 2 \Rightarrow 2x + 2 - x > x + 2 \Rightarrow 2x - x - x > 2 - 2 \Rightarrow 0x > 0$

Poiché per ogni $x \in \mathbf{R}$ si ottiene una disuguaglianza *falsa*, concludiamo che la disequazione è *impossibile*, pertanto $S = \varnothing$.

---

142 $\dfrac{x+1}{15} - \dfrac{2(x-1)}{3} \geq -\dfrac{1}{2}x - \left(\dfrac{3}{5} - \dfrac{2-x}{10}\right)$ $[\forall x \in \mathbf{R}]$

143 $(2x-1)^2 + (2x+1)^2 \leq (1-2x)^2 + (-2x-1)^2 + 10$ $[\forall x \in \mathbf{R}]$

144 $[(x-1)^2 - (x+1)^2]^2 \leq (8x+1)(2x-3)$ $\left[x \leq -\dfrac{3}{22}\right]$

145 $(x-3)^2 - (x+3)^2 < (x+3)(x-3) - x(x+12)$ [Impossibile]

146 $\dfrac{2}{3}(3x+1) \leq \dfrac{3}{2}\left(2x + \dfrac{4}{9}\right)$ $[x \geq 0]$

147 $\dfrac{2}{5}(x-1) - \dfrac{1}{2}(2x-3) \leq 2$ $\left[x \geq -\dfrac{3}{2}\right]$

148 $-2(x-2) + 3(1-x) > -2[x - 2(1-x)]$ $[x > -3]$

149 $\dfrac{1}{5}(x-1)^2 - \dfrac{(x+1)^2}{10} > \dfrac{x^2}{10}$ $\left[x < \dfrac{1}{6}\right]$

150 $x^2 - 4 - (2x-1)(2x+1) \geq (1-3x)(1+3x) + 6x^2$ [Impossibile]

151 $\frac{1}{5}x - \frac{x-1}{2} \leq \frac{1}{15}x - \frac{1}{10}$ $\left[x \geq \frac{18}{11}\right]$

152 $\left(\frac{x}{5} - 5\right)^2 \geq \frac{x^2}{25}$ $\left[x \leq \frac{25}{2}\right]$

153 $-2(x+3) < (x+1)^2 + (3-x)x$ $[x > -1]$

154 $x^2 - (x+1)^2 \geq (x+2)^2 - (x-1)(x+1)$ $[x \leq -1]$

155 $(x+1)^2 + (x-2)^2 \geq (2x-1)(x+2)$ $\left[x \leq \frac{7}{5}\right]$

156 $\frac{x-3}{2} - \frac{1-x}{3} < x+2$ $[x > -23]$

157 $(3-2x)(3+2x) + (2x-1)^2 \geq (-x-1)(-x+1) - x^2$ $\left[x \leq \frac{11}{4}\right]$

158 $\left(\frac{1}{3}x - 1\right)^2 \leq \left(\frac{1}{3}x - 1\right)\left(\frac{1}{3}x + 2\right)$ $[x \geq 3]$

159 $\frac{2x-3}{5} : \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5}\right) + \frac{32-x}{2} < -\frac{x}{10}$ $[x < -15]$

160 $(2x-1)(1-5x) + 2(2x+1)^2 \geq 2(-x-2)(x+2) + 32$ $[x \geq 1]$

161 $\left(\frac{3}{5}x - \frac{5}{3}\right)^2 + \left(\frac{4}{5}x - \frac{5}{4}\right)^2 - \frac{9}{16} \geq x^2 + \frac{25}{9}$ $\left[x \leq \frac{1}{4}\right]$

187 $\left(\frac{x+1}{2} - \frac{2x+3}{3}\right)^2 - \left(\frac{1}{6}x - 1\right)^2 \leq \frac{x+3}{6} + \frac{4x-15}{12}$ $[\forall x \in \mathbf{R}]$

188 $\frac{1}{2}\left[\frac{3}{4}\left(x - \frac{1}{3}\right) + \left(2x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{3}{2}\right] \leq 2x\left(x + \frac{1}{4}\right)$ $\left[x \geq -\frac{2}{3}\right]$

189 $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 \leq (x+2)(x-2) - (x+1)(x-3)$ $\left[x \geq \frac{1}{4}\right]$

190 $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 \geq \left(\frac{x}{2} - 1\right)\left(\frac{x}{2} + 1\right) - \frac{1}{4}x^2$ $\left[x \geq \frac{1}{4}\right]$

191 $(x-1)^3 - (x+1)^3 \geq (x-1)^2 - 7(x-1)(x+1)$ $[x \geq 5]$

192 $(2x+3)^3 - 8x^3 \geq (6x+3)^2$ $[x \geq -1]$

193 $\frac{1}{2}x[2 - (x+2)] > -2(x+3) + (x-1)(x+1) - \frac{3}{2}x^2$ $\left[x > -\frac{7}{2}\right]$

194 $(x+1)^3 - x^3 \leq (3x+1)(x-2)$ $\left[x \leq -\frac{3}{8}\right]$

195 $(2x-1)^3 - 8x^3 \geq 3(1-2x)(1+2x)$ $\left[x \geq \frac{2}{3}\right]$

196 $(x^2+x+2)^2 - x^2(x^2+5) \geq 2x(x-3)(x+3)$ $\left[x \geq -\frac{2}{11}\right]$

197 $(x^2+2x-3)^2 - (x^2-2)(x^2+2) > 2x^2(2x-3) + (2x-1)(2x+1)$ $\left[x < \frac{7}{6}\right]$

Quadrato di un binomio

333 ESERCIZIO SVOLTO

Calcoliamo $(x^2y^3 - 2z)^2$.

—

Utilizziamo la formula: $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$

Otteniamo che: $(x^2y^3 - 2z)^2 =$

$$= [x^2y^3 + (-2z)]^2 =$$

$$= \underbrace{(x^2y^3)^2}_{\text{quadrato del 1° termine}} + \underbrace{2 \cdot (x^2y^3) \cdot (-2z)}_{\text{doppio prodotto del 1° termine per il 2°}} + \underbrace{(-2z)^2}_{\text{quadrato del 2° termine}} = x^4y^6 - 4x^2y^3z + 4z^2$$

Calcola i seguenti quadrati di binomi.

337 $(t - 7)^2$ $\quad$ $(y + 4)^2$

338 $(3a + b)^2$ $\quad$ $(3a - 2)^2$ $\quad$ $[9a^2 + 6ab + b^2; 9a^2 - 12a + 4]$

339 $(5t - 10)^2$ $\quad$ $(4 - 3y)^2$

340 $(-a - 8)^2$ $\quad$ $(2a^2 - 3)^2$ $\quad$ $[a^2 + 16a + 64; 4a^4 - 12a^2 + 9]$

341 $(a - 3b)^2$ $\quad$ $(2x + 5y)^2$

342 $(2x - 1)^2$ $\quad$ $(y - 3)^2$ $\quad$ $[4x^2 - 4x + 1; y^2 - 6y + 9]$

343 $(x - 2y^2)^2$ $\quad$ $(ab + 4)^2$

344 $(5 - x)^2$ $\quad$ $(x^2 + 1)^2$ $\quad$ $[25 - 10x + x^2; x^4 + 2x^2 + 1]$

345 $(-xy + 1)^2$ $\quad$ $(a^2 - b^2)^2$

346 $(-5a - b)^2$ $\quad$ $(-x + 3)^2$ $\quad$ $[25a^2 + 10ab + b^2; x^2 -$ [illegible]

347 $\left(\frac{1}{2}x + 1\right)^2$ $\quad$ $\left(\frac{1}{2}a - \frac{3}{2}b\right)^2$

348 $\left(\frac{1}{2}a - b^2\right)^2$ $\quad$ $\left(-2a - \frac{5}{6}b\right)^2$ $\quad$ $\left[\frac{1}{4}a^2 - ab^2 + b^4; 4a^2 + \frac{10}{3}ab + \frac{25}{36}b^2\right]$

349 **Videolezione** $\left(\frac{1}{3}m^2 - \frac{1}{2}n^3\right)^2$ $\quad$ $\left(\frac{1}{2}ab^2 - a^2b\right)^2$

350 **Videolezione** $(x^5 - y^3)^2$ $\quad$ $(a^2b^3 - 2a^3b^2)^2$ $\quad$ $[x^{10} - 2x^5y^3 + y^6; a^4b^6 - 4a^5b^5 + 4a^6b^4]$

351 $(-4x^2 + y^4)^2$ $\quad$ $(-2x^3y - xy^2)^2$

Quadrato di un trinomio

409 **ESERCIZIO SVOLTO**

Calcoliamo $(2x-3y-1)^2$.

—

Utilizziamo la formula:

$$(A+B+C)^2 = A^2+B^2+C^2+2AB+2AC+2BC$$

Abbiamo che:

$$(2x-3y-1)^2 =$$
$$= [(2x)+(-3y)+(-1)]^2 =$$
$$= \underbrace{(2x)^2+(-3y)^2+(-1)^2}_{\text{quadrati dei tre termini}} + \underbrace{2(2x)(-3y)+2(2x)(-1)+2(-3y)(-1)}_{\text{tutti i possibili doppi prodotti}} =$$
$$= 4x^2+9y^2+1-12xy-4x+6y$$

Calcola i seguenti quadrati di trinomi.

412 $(a-b+c)^2$ $\quad (a-b-c)^2$

413 $(2a-b+c)^2$ $\quad (a+b-1)^2$ $\quad [4a^2+b^2+c^2-4ab+4ac-2bc;\ a^2+b^2+1+2ab-2a-2b]$

414 $(x-y-2)^2$ $\quad (x^2-x+1)^2$

415 $(a^3-a^2+a)^2$ $\quad (-x+y-3z)^2$ $\quad [a^6-2a^5+3a^4-2a^3+a^2;\ x^2+y^2+9z^2-2xy+6xz-6yz]$

416 $\left(\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}y+2\right)^2$ $\quad \left(x-\frac{1}{2}y-1\right)^2$

417 $(x^4-2x^2-1)^2$ $\quad (x-y^2-2)^2$ $\quad [x^8-4x^6+2x^4+4x^2+1;\ x^2+y^4+4-2xy^2-4x+4y^2]$

418 $(x^2-y^3-2)^2$ $\quad (-5a-b+2)^2$

419 **Videolezione** $\left(a-\frac{1}{2}b-c\right)^2$ $\quad \left(2a+b+\frac{c^2}{2}\right)^2$

$\left[a^2+\frac{1}{4}b^2+c^2-ab-2ac+bc;\ 4a^2+b^2+\frac{c^4}{4}+4ab+2ac^2+bc^2\right]$

420 $(a-2b^2-1)^2$ $\quad (-x^2-y^4+3)^2$

421 $(2x-3y^3-5)^2$ $\quad (-2t-3r+2)^2$ $\quad [4x^2-12xy^3-20x+9y^6+30y^3+25;\ 9r^2+4t^2+12rt-12r-8t+4]$

422 $(3x-0,\bar{3}y-1)^2$ $\quad (4a^2-0,25b-1)^2$

Cubo di un binomio

433 ESERCIZIO SVOLTO

Calcoliamo $(x^2 - 3y)^3$.

—

Utilizziamo la formula:

$$(A + B)^3 = A^3 + B^3 + 3A^2B + 3AB^2$$

Abbiamo che:

$$(x^2 - 3y)^3 = [x^2 + (-3y)]^3 = \underbrace{(x^2)^3}_{\text{cubo del 1° termine}} + \underbrace{(-3y)^3}_{\text{cubo del 2° termine}} + \underbrace{3 \cdot (x^2)^2 \cdot (-3y) + 3 \cdot (x^2) \cdot (-3y)^2}_{\text{tripli prodotti}} =$$

$$= x^6 - 27y^3 - 9x^4y + 27x^2y^2$$

438 $(a^3 - 2)^3$ $\quad (2a^2 + b^2)^3$ $\quad [a^9 - 6a^6 + 12a^3 - 8;\ 8a^6 + 12a^4b^2 + 6a^2b^4 + b^6]$

439 $(y^2 - 1)^3$ $\quad (x^2 - y)^3$

440 $(2a^2b - ab^2)^3$ $\quad (xy - 2xy^2)^3$ $\quad [8a^6b^3 - 12a^5b^4 + 6a^4b^5 - a^3b^6;\ x^3y^3 - 6x^3y^4 + 12x^3y^5 - 8x^3y^6]$

441 $(-a^4 - 2)^3$ $\quad (t^5 - 2t)^3$

442 $\left(\frac{2}{3}a^2 - 3b\right)^3$ $\quad \left(\frac{1}{2}xy - 2y\right)^3$ $\quad \left[\frac{8}{27}a^6 - 4a^4b + 18a^2b^2 - 27b^3;\ \frac{1}{8}x^3y^3 - \frac{3}{2}x^2y^3 + 6xy^3 - 8y^3\right]$

DIFFERENZA DI QUADRATI - SOMMA PER DIFFERENZA

Calcoliamo:

a. $(a - 3b)(a + 3b)$ **b.** $(-2x - 3y)(3y - 2x)$ **c.** $(3xy + 1)(-3xy - 1)$

—

Nei casi **a** e **b** possiamo utilizzare la formula:

$$(A - B)(A + B) = A^2 - B^2$$

a. $(a - 3b)(a + 3b) = \underbrace{(a)^2}_{\text{quadrato del 1° termine}} - \underbrace{(3b)^2}_{\text{quadrato del 2° termine}} = a^2 - 9b^2$

b. Non possiamo applicare la formula del prodotto notevole immediatamente, ma possiamo riscrivere la moltiplicazione in modo da potere utilizzare tale formula.

$(-2x - 3y)(3y - 2x) =$

$= (-2x - 3y)(-2x + 3y) =$ **Proprietà commutativa dell'addizione**

$= (-2x)^2 - (3y)^2 =$ **Formula $(A - B)(A + B) = A^2 - B^2$, con $A = -2x$, $B = 3y$**

$= 4x^2 - 9y^2$

c. Non possiamo applicare la formula usata in **a** e **b** perché non si tratta del prodotto della somma di due monomi per la loro differenza: infatti, nel secondo fattore cambiano segno sia $3xy$ sia 1:

$$(\underbrace{3xy}_{A} + \underbrace{1}_{+B})(\underbrace{-3xy}_{-A} - \underbrace{1}_{-B})$$

Dobbiamo quindi eseguire la moltiplicazione normalmente:

$(3xy + 1)(-3xy - 1) = -9x^2y^2 - 3xy - 3xy - 1 = -9x^2y^2 - 6xy - 1$

291 $\left(\frac{3}{5}x-2\right)\left(\frac{3}{5}x+2\right)$ $\left(6-\frac{a}{2}\right)\left(6+\frac{a}{2}\right)$ $\left[\frac{9}{25}x^2-4; 36-\frac{a^2}{4}\right]$

292 $(-p^2-q^3)(-p^2+q^3)$ $(a^2b^3-3)(a^2b^3+3)$

293 $(-3b-5)(5-3b)$ $(m^2-n^3)(m^2+n^3)$ $[9b^2-25; m^4-n^6]$

294 $\left(\frac{1}{2}a-b\right)\left(\frac{1}{2}a+b\right)$ $\left(\frac{2}{3}x+\frac{3}{2}y\right)\left(\frac{2}{3}x-\frac{3}{2}y\right)$

295 $(r^2s-1)(r^2s+1)$ $(4a^5-1)(4a^5+1)$ $[r^4s^2-1; 16a^{10}-1]$

296 $(3a^2-8b^4)(3a^2+8b^4)$ $(-2a^2+3a^3)(-2a^2-3a^3)$

297 $(0{,}1x-y)(0{,}1x+y)$ $(-3xy+1)(-3xy-1)$ $[0{,}01x^2-y^2; 9x^2y^2-1]$

298 $(-xy+5y^3)(-xy-5y^3)$ $(-xy+5y^3)(xy+5y^3)$

299 $(-3xy-z)(3xy-z)$ $(m^4+5n^3)(m^4-5n^3)$ $[z^2-9x^2y^2; m^8-25n^6]$

300 $\left(\frac{1}{7}x^2y-z\right)\left(\frac{1}{7}x^2y+z\right)$ $\left(\frac{1}{3}a^5-\frac{1}{2}a^2\right)\left(\frac{1}{3}a^5+\frac{1}{2}a^2\right)$

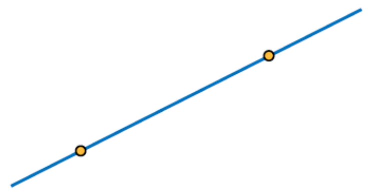
301 $(a+2)(a-2)(a^2+4)$ $(2x^3-y^3)(2x^3+y^3)(4x^6+y^6)$ $[a^4-16; 16x^{12}-y^{12}]$

302 $(a^2b^2-b^4)(a^2b^2+b^4)(a^4b^4+b^8)$ $(x-2)(x^2+2)(x^2-2)(x+2)$

303 $(a^3-1)(a^3+1)(a^6+1)$ $(-a-2b)(-a+2b)(a^2+4b^2)$ $[a^{12}-1; a^4-16b^4]$

Postulati e definizioni di geometria piana

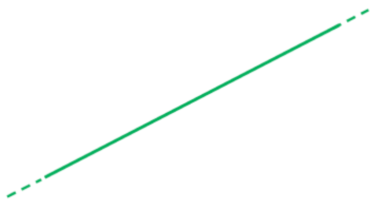
I cinque postulati di Euclide



I postulato

Adimandiamo che ce sia concesso, che da qualunque ponto in qualunque ponto si possi condurre una linea retta.

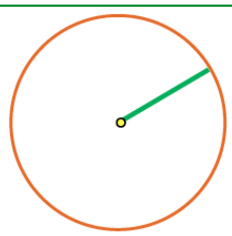
Tra due punti qualsiasi è possibile tracciare una retta



II postulato

Anchora adimandiamo che ce sia concesso, che si possi slongare una retta linea terminata direttamente in continuo quanto ne pare.

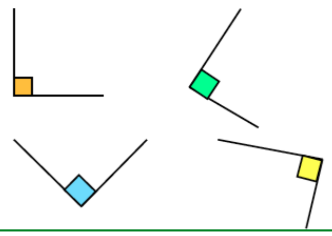
La linea retta si può prolungare indefinitamente



III postulato

Anchora adimandiamo che ce sia concesso, che sopra a qualunque centro ne piace puotiamo designare un cerchio di che grandezza ci pare.

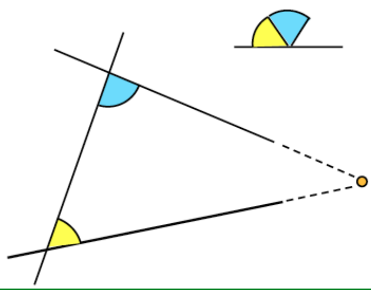
Dato un punto e una lunghezza, è possibile descrivere un cerchio



IV postulato

Similmente adimandiamo, che ce sia concesso tutti li angoli retti esser fra loro equali.

Tutti gli angoli retti sono uguali

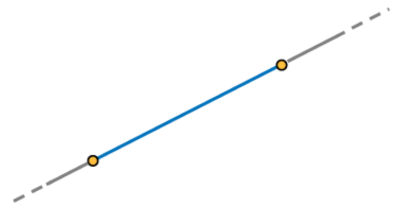


V postulato

Adimandiamo etiam che ce sia concesso, che se una linea retta cascarà sopra due linee rette, e che duoi angoli da una parte siano minori di duoi angoli retti, che quelle due linee senza dubbio, protratte in quella medesima parte sia necessario congiongersi.

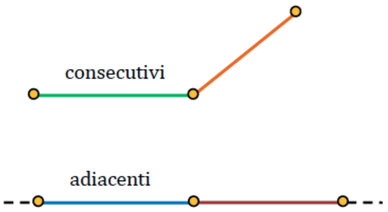
Due rette tagliate da una trasversale si incontreranno in un punto posto dalla parte in cui la trasversale forma due angoli interni la cui somma è minore di un angolo piatto

Definizioni



segmento

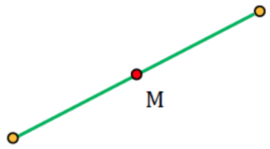
Il segmento è quella parte di retta compresa tra due suoi punti detti **estremi**



segmenti consecutivi

Due segmenti sono consecutivi se hanno un estremo in comune

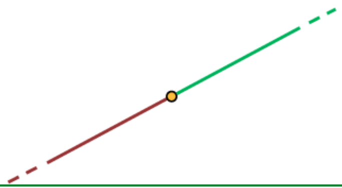
Due segmenti sono adiacenti se sono consecutivi e giacciono sulla stessa retta



punto medio di un segmento

Il punto medio di un segmento è quel punto che divide il segmento in due parti congruenti

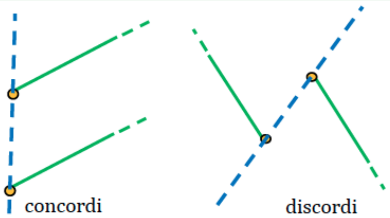
Il punto medio di un segmento è unico



semiretta

La semiretta è ciascuna delle due parti in cui una retta è divisa da un suo punto, detto **origine della semiretta**

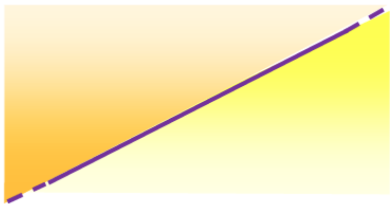
Le due semirette originate da uno stesso punto su una retta si dicono **opposte**



semirette parallele concordi e discordi

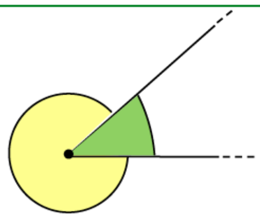
Due semirette parallele sono concordi se giacciono dalla stessa parte rispetto alla retta che congiunge le loro origini.

Due semirette parallele sono discordi se giacciono da parti opposte rispetto alla retta che congiunge le loro origini.



semipiano

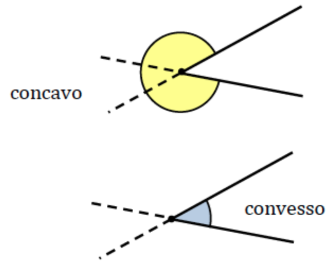
Il semipiano è ciascuna delle due parti in cui un piano è diviso da una sua retta, detta **origine del semipiano**



angolo

L'angolo è ciascuna delle due parti in cui un piano è diviso da due semirette aventi la stessa origine

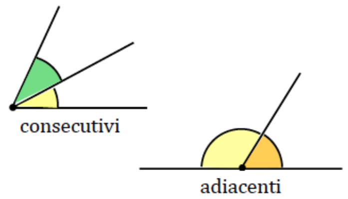
Le due semirette si chiamano lati dell'angolo
L'origine comune delle due semirette si chiama vertice dell'angolo



angolo concavo e angolo convesso

Un angolo si dice concavo se contiene i prolungamenti dei lati

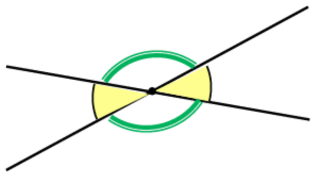
Un angolo si dice convesso se **non** contiene i prolungamenti dei lati



angoli consecutivi e adiacenti

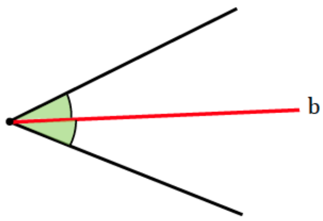
Due angoli sono consecutivi se hanno il vertice ed un lato in comune

Due angoli sono adiacenti se sono consecutivi e i lati non comuni giacciono sulla stessa retta



angoli opposti al vertice

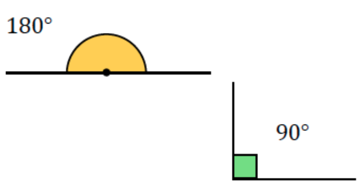
Due angoli si dicono opposti al vertice se i lati dell'uno sono i prolungamenti dei lati dell'altro



bisettrice di un angolo

La bisettrice di un angolo è la semiretta che divide l'angolo in due parti congruenti

La bisettrice di un angolo è unica

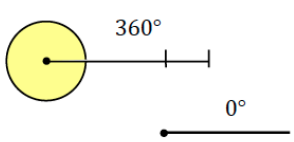


angolo piatto e angolo retto

Un angolo si dice piatto se i suoi lati sono semirette opposte

Un angolo si dice retto se è metà di un angolo piatto

Un angolo piatto misura 180°
Un angolo retto misura 90°

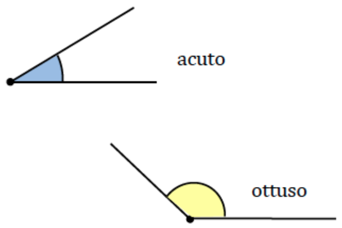


angolo giro e angolo nullo

Un angolo giro è la parte concava dell'angolo che ha per lati due semirette coincidenti

Un angolo nullo è la parte convessa dell'angolo che ha per lati due semirette coincidenti

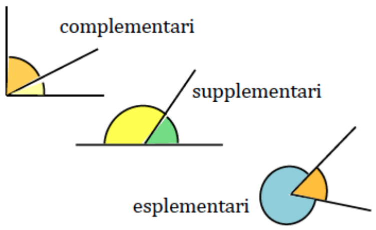
Un angolo giro misura 360°
Un angolo nullo misura 0° ed è privo di punti interni



angoli acuti e ottusi

Un angolo si dice acuto se è minore di un angolo retto

Un angolo si dice ottuso se è maggiore di un angolo retto e minore di un angolo piatto

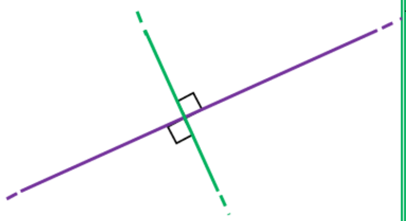


angoli complementari, supplementari, esplementari

Due angoli sono complementari se la loro somma è un angolo retto

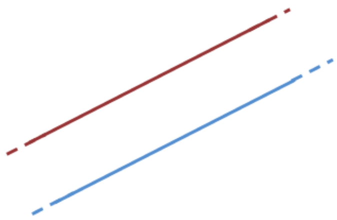
Due angoli sono supplementari se la loro somma è un angolo piatto

Due angoli sono esplementari se la loro somma è un angolo giro



rette perpendicolari

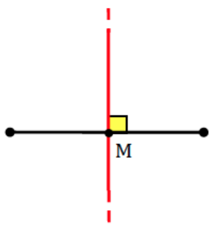
Due rette sono perpendicolari se incontrandosi formano quattro angoli retti



rette parallele

Due rette che appartengono allo stesso piano sono parallele se
- sono coincidenti

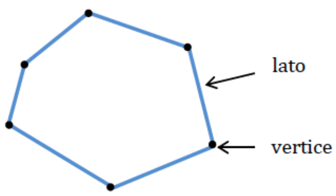
oppure se
- non hanno alcun punto in comune



asse di un segmento

L'asse di un segmento è la **retta** perpendicolare al segmento passante per il suo punto medio

L'asse di un segmento è unico

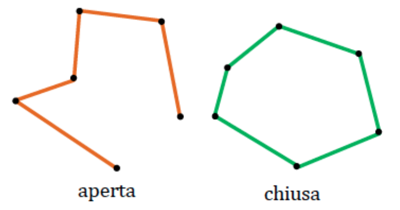


poligonale o spezzata

Una poligonale (o spezzata) è una figura formata da più segmenti ordinatamente consecutivi, appartenenti allo stesso piano

I segmenti si chiamano lati della poligonale
Gli estremi dei segmenti si chiamano vertici della poligonale

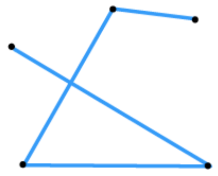
poligonale aperta/chiusa



Una poligonale è aperta se si distinguono un primo ed un ultimo punto

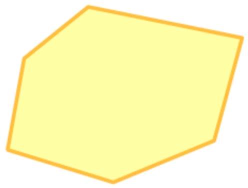
Una poligonale è chiusa se l'ultimo punto coincide con il primo punto

poligonale intrecciata



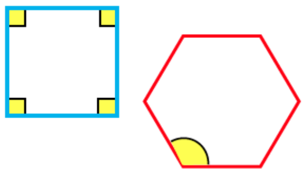
Una poligonale è intrecciata quando almeno due lati non consecutivi si intersecano

poligono



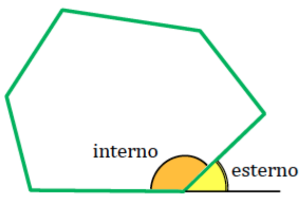
Un poligono è la parte di piano racchiusa da un poligonale chiusa non intrecciata

poligono regolare



Un poligono è regolare se ha lati e angoli congruenti

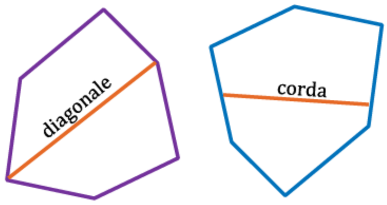
angolo interno e angolo esterno di un poligono convesso



Un angolo interno di un poligono convesso è l'angolo convesso formato da due lati consecutivi del poligono

Un angolo esterno di un poligono convesso è l'angolo adiacente ad un angolo interno del poligono

diagonale e corda di un poligono



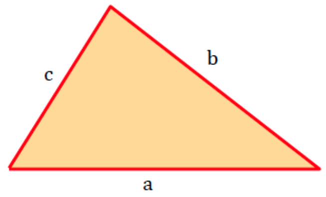
Una diagonale di un poligono è un qualsiasi segmento che unisce due vertici non consecutivi del poligono

Una corda di un poligono è un qualsiasi segmento che unisce due punti del poligono appartenenti a lati diversi

perimetro di un poligono

Il perimetro di un poligono è la somma di tutti i suoi lati

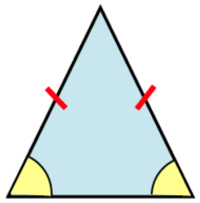
Due poligoni che hanno i perimetri congruenti sono detti **isoperimetrici**



triangolo

Un triangolo è un poligono formato da tre lati

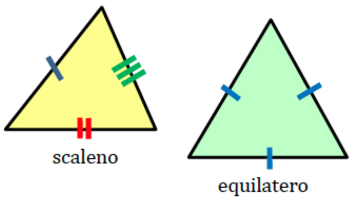
Tutti i triangoli sono poligoni convessi



triangolo isoscele

Un triangolo si dice isoscele se ha due lati congruenti

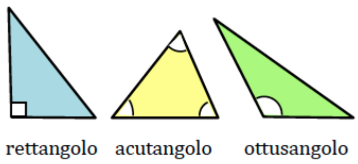
I lati congruenti si chiamano lati del triangolo
L'altro lato si chiama base del triangolo
Gli angoli adiacenti alla base si chiamano angoli alla base
L'angolo compreso tra i due lati congruenti si chiama angolo al vertice



triangolo scaleno ed equilatero

Un triangolo si dice scaleno se ha i tre lati disuguali

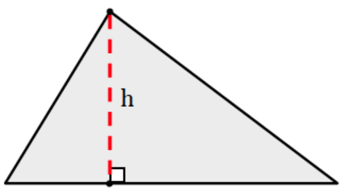
Un triangolo si dice equilatero se ha i tre lati congruenti



classificazione dei triangoli rispetto agli angoli

Un triangolo si dice rettangolo se ha un angolo retto
Un triangolo si dice acutangolo se ha i tre angoli acuti
Un triangolo si dice ottusangolo se ha un angolo ottuso

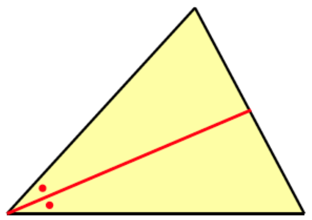
Nel triangolo rettangolo i lati che formano l'angolo retto si chiamano cateti, il lato maggiore, opposto all'angolo retto, si chiama ipotenusa



altezza di un triangolo

L'altezza relativa ad un lato di un triangolo è il segmento perpendicolare al lato, condotto dal vertice opposto al lato stesso

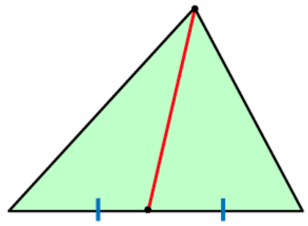
Il triangolo ha tre altezze
Se il triangolo è acutangolo le altezze sono tutte interne
Se il triangolo è rettangolo due altezze coincidono con i cateti
Se il triangolo è ottusangolo due altezze sono esterne al triangolo



bisettrice di un angolo di un triangolo

La bisettrice relativa ad un angolo di un triangolo è il segmento di bisettrice dell’angolo considerato

Il triangolo ha tre bisettrici



mediana di un lato di un triangolo

La mediana relativa al lato di un triangolo è il segmento avente per estremi il punto medio del lato ed il vertice opposto al lato

Il triangolo ha tre mediane

Esempi di alcuni luoghi geometrici:

- l’asse di un segmento
- la bisettrice di un angolo
- la circonferenza
- la parabola
- l’ellisse
- l’iperbole

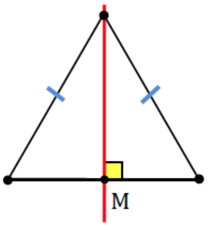
luogo geometrico

Un luogo geometrico è l’insieme di tutti e soli i punti del piano che godono di una stessa proprietà

La proprietà è detta proprietà caratteristica del luogo geometrico

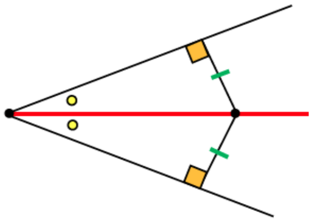
---

luoghi geometrici



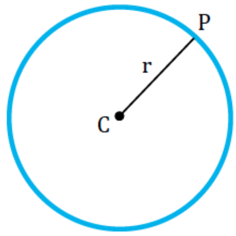
asse di un segmento

L’asse di un segmento è il luogo geometrico dei punti equidistanti dagli estremi del segmento



bisettrice di un angolo

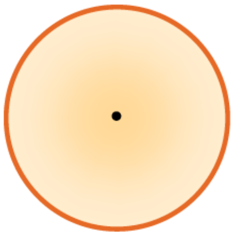
La bisettrice di un angolo è il luogo geometrico dei punti equidistanti dai lati dell’angolo



circonferenza

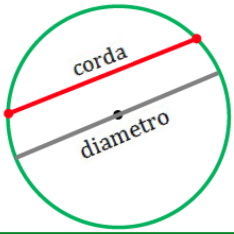
La circonferenza è il luogo geometrico dei punti del piano equidistanti da un punto fisso detto centro

La distanza di un punto della circonferenza dal centro si chiama raggio



cerchio

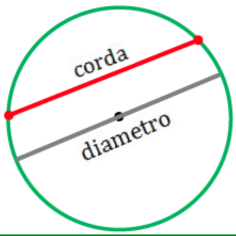
Il cerchio è la figura formata dai punti della circonferenza e dai punti interni ad essa



corda di una circonferenza

Una corda di una circonferenza è il segmento che unisce due punti qualsiasi della circonferenza

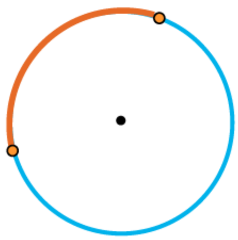
Ciascuna corda che passa per il centro si chiama diametro



corda di una circonferenza

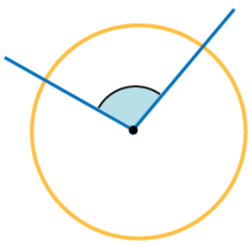
Una corda di una circonferenza è il segmento che unisce due punti qualsiasi della circonferenza

Ciascuna corda che passa per il centro si chiama diametro



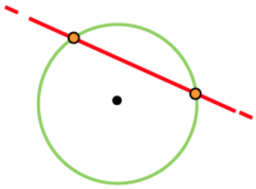
arco di circonferenza

Un arco di circonferenza è ciascuna delle due parti in cui una circonferenza è divisa da due suoi punti



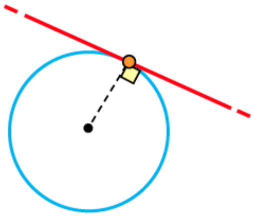
angolo al centro

Un angolo al centro di una circonferenza o di un cerchio è un qualsiasi angolo con il vertice nel centro della circonferenza



retta secante ad una circonferenza

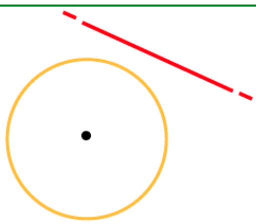
Una retta si dice secante ad una circonferenza se ha due punti in comune con la circonferenza



retta tangente ad una circonferenza

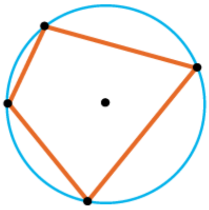
Una retta si dice tangente ad una circonferenza se ha un solo punto in comune con la circonferenza

La retta tangente è perpendicolare al raggio nel suo punto di tangenza



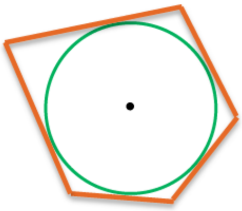
retta esterna ad una circonferenza

Una retta si dice esterna ad una circonferenza se non ha punti in comune con la circonferenza



poligono inscritto in una circonferenza

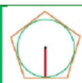
Un poligono si dice inscritto in una circonferenza se tutti i suoi vertici sono sulla circonferenza



poligono circoscritto ad una circonferenza

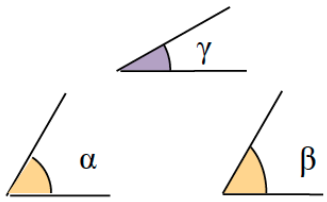
Un poligono si dice circoscritto ad una circonferenza se tutti i suoi lati sono tangenti alla circonferenza

In un poligono regolare il raggio della circonferenza inscritta si chiama **apotema**



Teoremi di geometria piana

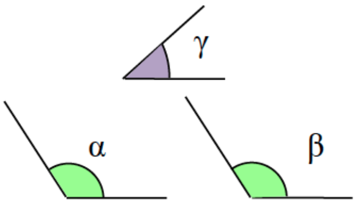
teoremi sugli angoli



teorema sugli angoli complementari

Se due angoli sono complementari di uno stesso angolo
allora sono congruenti

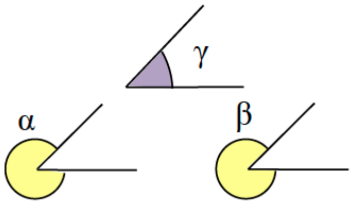
In generale:
Se due angoli sono complementari di due angoli congruenti
allora sono congruenti



teorema sugli angoli supplementari

Se due angoli sono supplementari di uno stesso angolo
allora sono congruenti

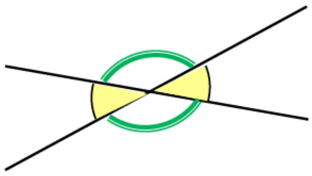
In generale:
Se due angoli sono supplementari di due angoli congruenti
allora sono congruenti



teorema sugli angoli esplementari

Se due angoli sono esplementari di uno stesso angolo
allora sono congruenti

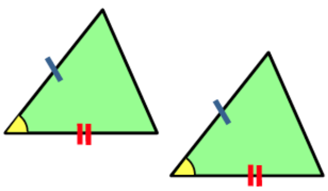
In generale:
Se due angoli sono esplementari di due angoli congruenti
allora sono congruenti



teorema sugli angoli opposti al vertice

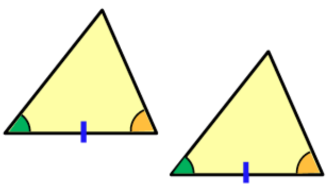
Gli angoli opposti al vertice sono congruenti

teoremi sui triangoli



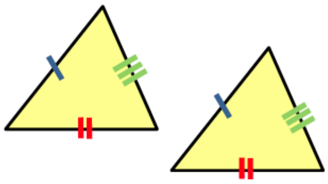
I criterio di congruenza

Se due triangoli hanno due lati e l'angolo tra essi compreso congruenti
allora sono congruenti



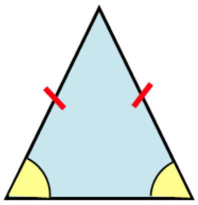
II criterio di congruenza

Se due triangoli hanno due angoli e il lato tra essi compreso congruenti
allora sono congruenti



III criterio di congruenza

Se due triangoli hanno i tre lati congruenti
allora sono congruenti

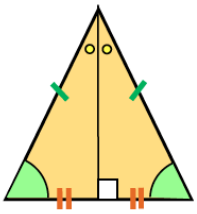


I teorema sul triangolo isoscele

Se un triangolo è isoscele
allora gli angoli adiacenti alla base sono congruenti

Vale anche l'inverso:

Se un triangolo ha due angoli congruenti
allora il triangolo è isoscele

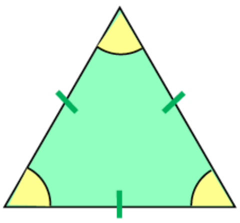


II teorema sul triangolo isoscele

Se un triangolo è isoscele
allora la bisettrice dell'angolo al vertice è mediana e altezza relativa alla base

Vale anche:

In un triangolo isoscele
- la mediana relativa alla base è bisettrice dell'angolo al vertice e altezza relativa alla base
- l'altezza relativa alla base è mediana relativa alla base e bisettrice dell'angolo al vertice

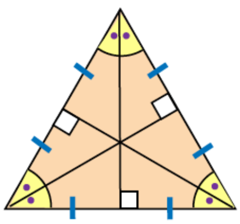


I teorema sul triangolo equilatero

Se un triangolo è equilatero
allora gli angoli sono tutti congruenti

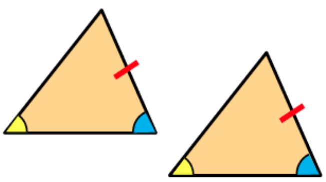
Vale anche l'inverso:

Se un triangolo ha tutti gli angoli congruenti
allora è un triangolo equilatero



II teorema sul triangolo equilatero

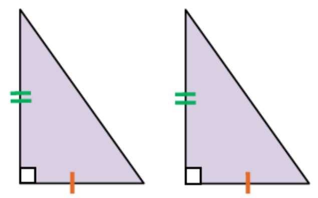
Se un triangolo è equilatero
allora le tre mediane coincidono con le tre bisettrici, con le tre altezze e con i tre assi



II criterio di congruenza generalizzato

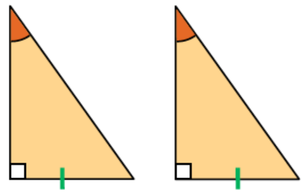
Se due triangoli hanno due angoli e un lato congruenti
allora sono congruenti

I criterio di congruenza dei triangoli rettangoli



Se due triangoli rettangoli hanno i due cateti congruenti
allora sono congruenti

II criterio di congruenza dei triangoli rettangoli

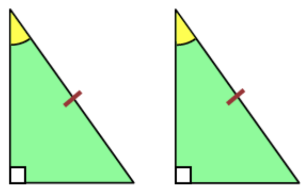


Se due triangoli rettangoli hanno un cateto e l'angolo acuto opposto congruenti
allora sono congruenti

Vale anche:

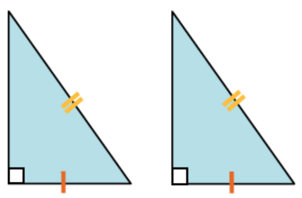
Se due triangoli rettangoli hanno un cateto e l'angolo acuto adiacente congruenti
allora sono congruenti

III criterio di congruenza dei triangoli rettangoli



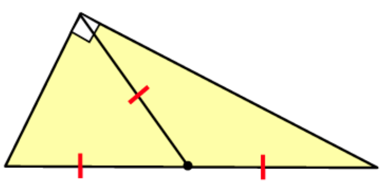
Se due triangoli rettangoli hanno l'ipotenusa e un angolo acuto congruenti
allora sono congruenti

IV criterio di congruenza dei triangoli rettangoli



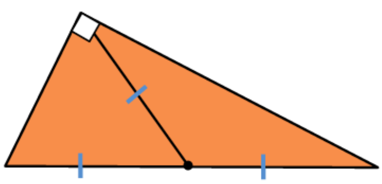
Se due triangoli rettangoli hanno l'ipotenusa e un cateto congruenti
allora sono congruenti

teorema della mediana in un triangolo rettangolo

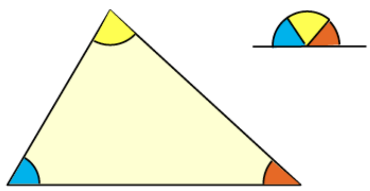


In ogni triangolo rettangolo la mediana relativa all'ipotenusa è congruente alla metà dell'ipotenusa stessa

teorema inverso della mediana in un triangolo rettangolo

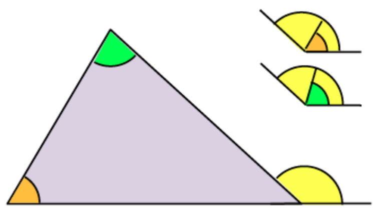


Se in un triangolo la mediana relativa al lato maggiore è congruente alla metà di questo
allora il triangolo è rettangolo



teorema sulla somma degli angoli interni di un triangolo

In un triangolo la somma degli angoli interni è congruente a un angolo piatto

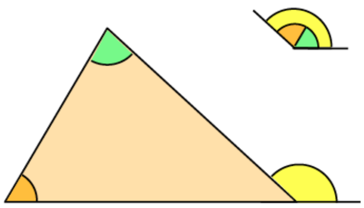


I teorema dell'angolo esterno

In un triangolo ogni angolo esterno è maggiore di ciascun angolo interno non adiacente ad esso

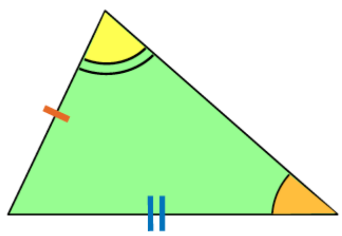
Osserva che:

La somma di due angoli di un triangolo è minore di un angolo piatto



II teorema dell'angolo esterno

In un triangolo ogni angolo esterno è congruente alla somma degli angoli interni non adiacenti ad esso

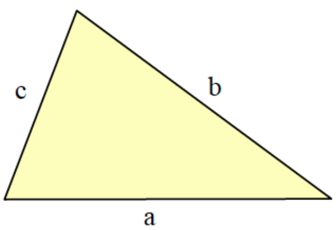


I teorema sulle disuguaglianze dei lati di un triangolo

Se un triangolo ha due lati disuguali
allora al lato maggiore si oppone l'angolo maggiore

Vale anche:

Se un triangolo ha due angoli disuguali
allora all'angolo maggiore si oppone il lato maggiore



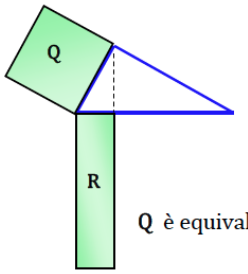
II teorema sulle disuguaglianze dei lati di un triangolo

In un triangolo ogni lato:

- è minore della somma degli altri due
- è maggiore della differenza degli altri due

Ad esempio:

- $a < b + c$ oppure $b < a + c$ oppure $c < a + b$
- $a > b - c$ oppure $b > a - c$ oppure $c > a - b$



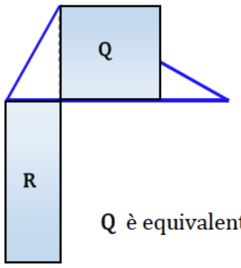
Q è equivalente ad R

I teorema di Euclide (enunciato secondo l'equivalenza)

In un triangolo rettangolo il quadrato costruito su un cateto è equivalente al rettangolo che ha per dimensioni la proiezione del cateto sull'ipotenusa e l'ipotenusa stessa

Vale anche l'inverso:

Se il quadrato costruito su un lato minore di un triangolo è equivalente al rettangolo che ha per dimensioni la proiezione del lato minore sul lato maggiore e il lato maggiore
allora il triangolo è rettangolo



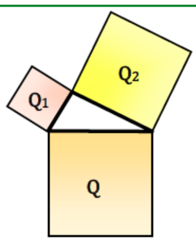
Q è equivalente ad R

II teorema di Euclide (enunciato secondo l'equivalenza)

In un triangolo rettangolo il quadrato costruito sull'altezza relativa all'ipotenusa è equivalente al rettangolo che ha per dimensioni le proiezioni dei cateti sull'ipotenusa

Vale anche l'inverso:

Se il quadrato costruito sull'altezza relativa al lato maggiore di un triangolo è equivalente al rettangolo che ha per dimensioni le proiezioni degli altri due lati sul lato maggiore
allora il triangolo è rettangolo



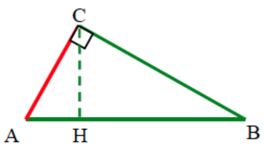
Q è equivalente a $Q_1 + Q_2$

teorema di Pitagora

In un triangolo rettangolo il quadrato costruito sull'ipotenusa è equivalente alla somma dei quadrati costruiti sui cateti

Vale anche l'inverso:

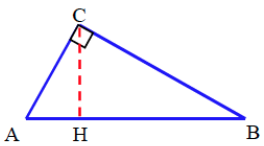
Se il quadrato costruito sul lato maggiore di un triangolo è equivalente alla somma dei quadrati costruiti sugli altri due lati
allora il triangolo è rettangolo



$$AH : AC = AC : AB$$

I teorema di Euclide (enunciato secondo la proporzionalità)

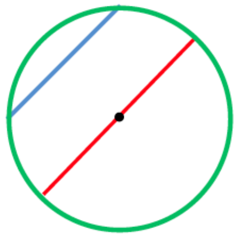
In un triangolo rettangolo un cateto è medio proporzionale tra la proiezione del cateto sull'ipotenusa e l'ipotenusa stessa



$$AH : CH = CH : HB$$

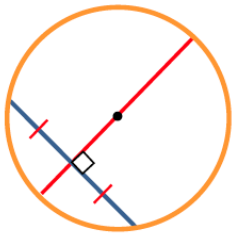
II teorema di Euclide (enunciato secondo la proporzionalità)

In un triangolo rettangolo l'altezza relativa all'ipotenusa è media proporzionale tra le proiezioni dei cateti sull'ipotenusa



teorema sulla relazione tra diametro e corda

In una circonferenza, un diametro è maggiore di qualunque altra corda

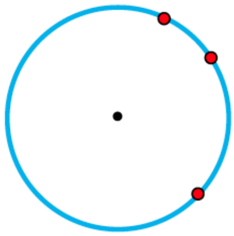


teorema sull'asse di una corda

Se un diametro di una circonferenza è perpendicolare ad una corda **allora** il diametro la dimezza

Vale anche:

L'asse di una corda passa per il centro della circonferenza

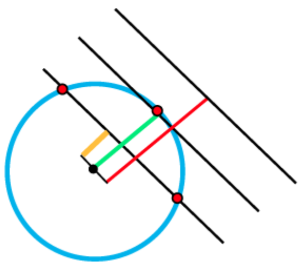


teorema sui punti di una circonferenza

Per tre punti non allineati passa una ed una sola circonferenza

Vale anche:

Tre punti di una circonferenza non possono essere allineati

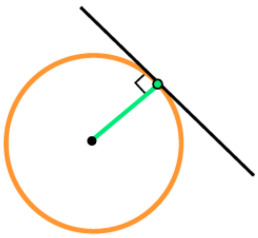


teorema sulla posizione reciproca di una retta e di una circonferenza

Se la distanza di una retta dal centro di una circonferenza è minore, uguale o maggiore del raggio
allora la retta ha in comune con la circonferenza rispettivamente due punti (secante), un punto (tangente), nessun punto (esterna)

Vale anche l'inverso:

Se una retta ha in comune con una circonferenza due punti o un punto o nessun punto
allora la retta ha distanza dal centro della circonferenza, rispettivamente, minore, uguale o maggiore del raggio



teorema sulla retta tangente ad una circonferenza

Se una retta è tangente in un punto ad una circonferenza
allora è perpendicolare al raggio in quel punto

Vale anche l'inverso:

Se una retta è perpendicolare al raggio in un punto appartenente alla circonferenza
allora la retta è tangente alla circonferenza in quel punto