

**INDIRIZZO: Liceo Sportivo**

**CLASSE: Futura 2 A**

**MATERIA: Matematica**

**A.S. 2024/2025**

**Preparazione al Secondo anno.**

**Per tutti:**

Leggere attentamente tutto il programma svolto il primo anno ed essere certi di conoscere tutti gli argomenti trattati.

Risolvere almeno 2 esercizi per ogni argomento su un quaderno da consegnare il primo giorno di scuola.

**Per chi ha il voto 6 in pagella:**

Risolvere almeno 4 esercizi per ogni argomento su un quaderno da consegnare il primo giorno di scuola.

**Per chi ha il debito:**

Risolvere almeno 6 esercizi per ogni argomento; specialmente i primi che sono i più facili per verificare se si conoscono le basi e gli ultimi, più difficili, per verificare se la preparazione è adeguata.

**Esercizio**

- 1.a Scrivere 5 numeri appartenenti all'insieme dei numeri Naturali.  
 1.b Scrivere 5 numeri appartenenti all'insieme dei numeri Interi (e non appartenenti ai Naturali).  
 1.c Scrivere 5 numeri appartenenti all'insieme dei numeri Razionali (e non appartenenti agli Interi).  
 1.d Scrivere 5 numeri appartenenti all'insieme dei numeri Reali (e non appartenenti ai Razionali).

# 1 Che cosa sono i numeri naturali

[> Teoria a pagina 1](#)
**1 VERO O FALSO?**

●○○

- a. 6 è il precedente di 7.  V  F      c. 7 è il successivo di 8.  V  F  
 b. 8 è il successivo di 6.  V  F      d. 0 non ha il successivo.  V  F

**2 COMPLETA** le seguenti frasi.

●○○

Il precedente di 10 è .      Il successivo di  è 2001.      Il precedente di  è 500 000.

**3 SPIEGALO TU**

●○○

Di uno dei numeri naturali 1, 4, 0 non esiste il precedente. Quale? Hanno tutti il successivo?

**4 YOU & MATHS**

●●●

**Numbers in words** Write the following numbers in words if they are in digits, and write them in digits if they are given in words.

- a. Four hundred and two.      c. Fifteen hundred twenty four.      e. 43 010.  
 b. One thousand two hundred three.      d. 2005.      f. 10 002.

**5 VERO O FALSO?**

●○○

- a.  $8 < 8$   V  F      c.  $7 < 5$   V  F      e.  $9 = 8$   V  F  
 b.  $0 < 7$   V  F      d.  $1 \neq 2$   V  F      f.  $0 \geq 0$   V  F

**6 COMPLETA** inserendo fra le seguenti coppie di numeri il simbolo di minore (<) o di maggiore (>):

●○○

4  7; 8  10; 0  12; 15  13; 14  7; 1  2; 3  2.

**7** Scrivi quanti numeri naturali sono compresi fra 5 e 8, 10 e 12, 0 e 15, 11 e 13, 3 e 4, 9 e 10.

●○○

**8** Traduci le seguenti frasi usando i simboli  $<$ ,  $\leq$ ,  $>$ ,  $\geq$ ,  $=$ ,  $\neq$ .

●○○

- a. 7 è minore di 9.      c.  $b$  è maggiore di 9.      e.  $a$  è uguale a 21.  
 b.  $x$  è maggiore o uguale a 2.      d. 9 è maggiore di 7 e minore di 11.      f.  $a$  è diverso da  $b$ .

**9** Scrivi tutti i numeri naturali  $n$ , se esistono, che verificano le relazioni indicate.

●●●

$n \leq 4$ ;    $n < 2$ ;    $1 < n \leq 5$ ;    $6 < n < 7$ ;    $5 \leq n < 9$ ;    $1 \leq n < 6$ .

## D Le operazioni, gli operandi, il risultato

> Teoria a pagina 2

**18** Per ognuna delle operazioni seguenti, indica il nome di ogni operando e del risultato.

5 + 10 = 15;      7 - 5 = 2;      5 · 4 = 20;      10 : 2 = 5.

**19** **COMPLETA** scrivendo l'operando mancante e indica quale operazione hai eseguito per ottenerlo:

5 +  = 18;       · 7 = 21;      329 +  = 742;      32 ·  = 2368.

**20** Nelle uguaglianze seguenti i simboli  $\diamond$ ,  $\star$ ,  $\triangle$ ,  $\nabla$  rappresentano un'operazione. Quale?

9  $\diamond$  3 = 27;      20  $\triangle$  5 = 15;      15  $\star$  5 = 3;      10  $\nabla$  14 = 24.

**21** **SCIENZE** Per ciascuno dei seguenti problemi individua l'operazione da svolgere, gli operandi e il risultato.

a. Trova la massa totale, in g, di una miscela composta da 300 g di acqua e 150 g di alcol etilico. [300 g + 150 g]

b. Calcola il numero di provette da 50 mL che si possono ottenere da una bottiglia di 500 mL di acqua distillata. [500 mL : 50 mL]

c. Un recipiente pieno di sale ha una massa di 578 g; il recipiente vuoto ha una massa di 220 g. Qual è la massa del sale? [578 g - 220 g]

d. Trova il numero di cubetti di ghiaccio che ottieni da tre vaschette, ognuna con tre file da cinque cubetti l'una. [3 · 3 · 5]



## D L'addizione e la moltiplicazione

> Teoria a pagina 3

**22** La somma di due numeri naturali consecutivi è 27. Trova i due numeri.

**25** L'insieme {0, 1, 2, 3} è chiuso rispetto all'addizione? E rispetto alla moltiplicazione?

**23** La somma di un numero e del suo precedente è 683. Trova i due numeri.

**26** L'insieme {0, 1} è chiuso rispetto all'addizione? E rispetto alla moltiplicazione?

**24** **YOU & MATHS** Sylvia is studying for the local maths games at her school, so she tries the following problem from the practice test: «Find two consecutive natural numbers whose sum is equal to 31.» What solution will she find? [15; 16]

### SPIEGALO TU

**27** L'addizione è interna nell'insieme dei numeri pari? E la moltiplicazione?

**28** L'addizione è interna nell'insieme dei numeri dispari? E la moltiplicazione?

**35** **COMPLETA** la seguente tabella.

Dividendo	Divisore	Quoziente	Resto
46	4	<input type="text"/>	<input type="text"/>
<input type="text"/>	6	5	2
202	<input type="text"/>	15	7
567	<input type="text"/>	25	17

**36** **VERO O FALSO?** Se  $x : y = 5$  con resto 3, allora:

a.  $5 \cdot x + 3 = y$ .

V  F

b.  $5 \cdot y + 3 = x$ .

V  F

c.  $y < 3$ .

V  F

d.  $x \geq 8$ .

V  F

e. se  $y = 6$  allora  $x = 33$ .

V  F

Calcola il valore delle seguenti espressioni.

- 71**  $[12 - (3 + 2)] \cdot 2 - [6 + (3 + 1) \cdot 2 - 5 + 1]$  [4]  
**72**  $[20 : (3 \cdot 2 - 2) + 4] : (6 - 3 \cdot 2 + 3)$  [3]  
**73**  $\{[12 + 2 \cdot (3 + 1)] : (3 + 2)\} - 2^2$  [0]  
**74**  $\{15 - [13 + (2 + 14) : (2 + 2 \cdot 3) - 3]\} : [(2 + 7) : 3]$  [1]  
**75**  $27 - \{(8 \cdot 3 - 4) : 5 + [19 - 6 + 3 - 4 \cdot (7 - 5)] \cdot 2 + 7\}$  [0]  
**76**  $\{(2 + 7 - 3 \cdot 2) \cdot [4 - (1 + 2)]\} : [7 - (3 \cdot 2 + 0)]$  [3]  
**77**  $13 - \{8 \cdot 15 - [(7 \cdot 5 + 5) : 8 + 20 : (28 : 4 - 3)]\} : 11$  [3]  
**78**  $(22 - 5 \cdot 4) : 2 + \{[36 : 2 + 7 \cdot 3 - 1 - (2 \cdot 8 + 6)] - 2^3\}$  [9]  
**79**  $[(5 - 2) : 3 + 2] \cdot [4 - (3^2 - 9)] + [36 : (1 + 11) - 1]$  [14]  
**80**  $(2^0 \cdot 3^0 + 8) : 3 + [3^2 - (2^1 + 4) : 2] + (2^4 + 2) : 3^2$  [11]  
**81**  $[(4 + 3^2 - 1) : 2^2 + 45 : 3^2] : 2^2 + (21 \cdot 3) : 9 + 1^0$  [10]
- 92**  $63 - [48 - (14 + 2 \cdot 16)] \cdot (2 \cdot 12) - (2 + 28 : 4) - 18 : (14 - 48 : 24 - 56 : 8 - 2)$  [0]  
**93**  $\{[135 + 3 \cdot 5 + (4 + 3 \cdot 7) \cdot 2] : 8\} : \{2 + [8 \cdot 11 - (5 + 7 \cdot 5)] : 4 + (39 : 3 - 2)\}$  [1]  
**94**  $\{[(53^2 - 45^2) : 7 + 3 \cdot 2^4] : [(21^2 - 7 \cdot 8) : 7 - 17 \cdot 3]^2 + 2 \cdot 5^2\}^2 : (2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5) + 10 \cdot 2^2$  [100]  
**95**  $3^3 - \{3 \cdot 2^3 - [(5 \cdot 2^2 - 7)^2 : 13 + 12 : (3 \cdot 2^3 - 2^2 \cdot 3)] : 2\}^2 : 17^2$  [26]  
**96**  $\{2 + 2 \cdot 6 \cdot [36 - (4 + 7 \cdot 4) + 48 : (4 + 4 \cdot 11)] + (100 : 2) : (45 : 3 + 35)\} : \{21 - [140 : 7 - (2 + 2 \cdot 2)]\}$  [9]

Scrivi le espressioni relative alle frasi seguenti e calcolane il valore.

- 98** Dividi 15 per la differenza tra 9 e 4 e poi somma 2. [5]  
**99** Moltiplica 3 per la somma di 9 e del quoziente di 14 e 2. [48]  
**100** Dividi 18 per la differenza tra 9 e il prodotto di 3 per 2. [6]  
**101** Sottrai 3 al risultato della divisione di 12 per la differenza tra 5 e 1. [0]  
**102** Sottrai a 17 la differenza tra il prodotto di 8 per 2 e 9. [10]
- 106** Somma 7 al prodotto di 12 per la somma di 4 e la differenza tra 5 e il prodotto di 3 per 1. [79]  
**107** Sottrai alla somma tra 24 e 8 la somma tra 10 e 2. Dividi il risultato per 5, poi moltiplica per la semisomma di 6 con il quadrato di 2. [20]  
**108** Sottrai al quoziente fra 100 e 4 la somma di 2 con il quadrato di 3, poi dividi il risultato per 7. Eleva alla quarta potenza e calcola la differenza tra quello che ottieni e 10. [6]

Traduci in parole le seguenti espressioni.

- 112**  $12 - 6 : 3;$                        $15 + 7 \cdot 3.$                       **114**  $(15 : 5 - 2) - 1;$                        $[4 : (15 : 3 - 3)] + 2.$   
**113**  $(12 + 6 : 3) : 7;$                        $(15 - 10) \cdot 3 + 2.$                       **115**  $8 \cdot (12 : 6 - 2) + 1;$                        $6 - [15 : (2 + 3)].$

Applica, quando è possibile, le proprietà delle potenze e indica le proprietà applicate.

**209**  $2^2 \cdot 5^2$ ;  $3^3 : 3^2$ ;  $12^4 : 4^4$ .

**210**  $(2^4)^2$ ;  $3^2 \cdot 3^5$ ;  $6^2 \cdot 2^2$ .

**211**  $(3^4)^2 \cdot 3^7$ ;  $2^4 \cdot 3^4$ ;  $(5^3)^5 \cdot 2^{15}$ .

**212**  $3^2 \cdot (3^4)^2$ ;  $(10^2)^5 : 2^{10}$ ;  $3^4 : 3^2$ .

**213**  $(8^4 : 2^4) \cdot 4^3$ ;  $(2^2 : 2^1)^4$ ;  $(3^2)^3 \cdot 2^6$ .

**214**  $(7^2 \cdot 2^2) : 7^2$ ;  $(4^3)^2 : 2^6$ ;  $2^4 \cdot 3^4$ .

**215**  $6^5 : 2^5$ ;  $(4^5)^2$ ;  $2^3 \cdot 2^4 \cdot 2^1$ .

**216**  $(144^8)^2 : (6^9 \cdot 6^7) : (12^{16} \cdot 2^{16})$

**231** VERO O FALSO?

a.  $5^3 + 5^4 = 5^7$

 V  F

c.  $2^3 \cdot 2^6 = 2^9$

 V  F

e.  $10^2 : 5^2 = 2^2$

 V  F

b.  $3^5 - 3 = 3^4$

 V  F

d.  $6^2 \cdot 6^4 = 6^8$

 V  F

f.  $3^3 \cdot 3^9 = 9^6$

 V  F

**232** VERO O FALSO?

a.  $5^4 \cdot 5^2 = 5^6$

 V  F

c.  $(2^2)^3 = 2^5$

 V  F

e.  $3^9 = 3^5 \cdot 3^4$

 V  F

b.  $7^4 + 7^2 = 7^6$

 V  F

d.  $2^8 = 2^4 + 2^4$

 V  F

f.  $2^8 = (2^2)^4$

 V  F

Applicando le proprietà delle potenze, calcola il valore delle seguenti espressioni.

**247**  $2^5 : 2^4 + 2 \cdot 2^2 - 2^0$

[9]

**249**  $4^2 \cdot 4^0 - 3^5 : 3^3 + 5^0$

[8]

**248**  $(3^4 : 3^3)^4 \cdot 3^5 : (3^2)^4$

[3]

**250**  $5^3 : 5^1 \cdot 2^2 : 5^2$

[4]

**264**  $15 \cdot [(12^2 : 3^2) : 2^2] - [(2^2)^2] + 7 \cdot 3 - (20^4 : 5^4)^0 - 15^3 : 5^3$

[37]

**265**  $[(3^2)^3 : (3^2)^2] + \{(5^4 \cdot 5^2)^3 : [(5^2)^3]^2\} : (5^2 \cdot 5^3) - 6$

[8]

**266**  $\{[(2^3 + 2^2) : 2^2 - 3^0]^2 - 1\}^3 - \{(8^3 : 4^3 - 5) \cdot [(5^3)^4 : (5^4)^3]^5\}^2$

[18]

**267**  $(7^4 : 7^2)^2 : (7^2)^2 - [(3^2 \cdot 3^0 \cdot 3^3)^2 : (3^3)^3 + 2^0 + 2^2 - 3^1] + 5^2$

[69]

**268**  $\{[3 \cdot (3^2 + 2^2) - 3^3] : [3^3 - 2^4 + (3^3 + 3^2 + 3)^0] + (5 \cdot 10 : 5^2) - (4^2 - 2^4)^3\}^3 \cdot (6 \cdot 3 - 2^4)$

[54]

**269**  $[16^0 + 5^2 - (3^3 - 5)] \cdot [2 \cdot 2^3 - (40 : 2^2 - 3)] - (2^3 + 2^2 + 2^1 + 2^0) : (3 \cdot 2^0)$

[31]

Calcola il MCD dei seguenti gruppi di numeri.

**328** 6, 8; 21, 24; 20, 30; 5, 6.

**330** 12, 18, 24; 8, 20, 16; 10, 20, 30.

**329** 4, 20; 6, 18; 20, 60; 5, 10.

**331** 70, 28, 42; 55, 111, 66; 44, 66, 110.

**66** **COMPLETA** la seguente tabella.

<b>a</b>	-1	+2	-3	-3	
<b>b</b>	-6				-2
<b>ab</b>		-10			
<b>a · (-b)</b>			-9		
<b>-a · (-b)</b>				-18	
<b>-ab</b>					0

**84** **COMPLETA** la seguente tabella.

<b>a</b>	+24		-20	+15	+28
<b>b</b>	-4	+2			
<b>a : b</b>		-7			
<b>a : (-b)</b>			-10	+1	
<b>(-a) : (-b)</b>					-4

**COMPLETA** le tabelle, sostituendo alle lettere i valori riportati.

**207**

<b>a</b>	<b>-a</b>	<b>-2a</b>	<b>a<sup>2</sup></b>	<b>-a<sup>2</sup></b>	<b>(-3a)<sup>2</sup></b>	<b>-3a<sup>2</sup></b>
-1	+1	+2	+1	-1	+9	-3
+3	-3	-6	+9	-9	+81	-27
+5	-5	-10	+25	-25	+225	-75
-2	+2	+4	+4	-4	+36	-12

**208**

<b>a</b>	<b>b</b>	<b>-(-a)</b>	<b>-(b-a)</b>	<b>(a-b)<sup>2</sup></b>	<b>(b-a)<sup>2</sup></b>
+2	+3	+2	-1	+1	+1
+7	-3	+7	+10	+100	+100
-2	-6	-2	+4	+16	+16
-1	+1	-1	-2	+4	+4

Calcola il valore delle seguenti espressioni dopo aver sostituito alle lettere i valori scritti a fianco.

**209**

$$ab - a^2 + 2b(a + b) + 3b$$

$$a = +1, b = -2.$$

$$[-5]$$

**210**

$$a \cdot (a - b) - a^2 + 2a + ab$$

$$a = -1, b = +2.$$

$$[-2]$$

**211**

$$-3[a + b(a - 2b) - 6ab] - 15ab$$

$$a = +4, b = -3.$$

$$[+42]$$

**212**

$$a(b + a) + b^2 - a^3 + b(b + 2a)$$

$$a = -2, b = +3.$$

$$[+12]$$

**213**

$$(a + b) \cdot a - a^2 : a - b^3 + b(a + b)$$

$$a = +7, b = +4.$$

$$[+50]$$

**214**

$$ab - 7a(b + a) - 4b^2 \cdot (b - a) + 3b$$

$$a = -1, b = +3.$$

$$[-124]$$

**215**

$$(2b) : a - 7a \cdot (b - 2a) + (3a - b)^2 + 5a - b$$

$$a = +2, b = +7.$$

$$[-31]$$

**216**

$$(2b + 3a)^2 - 5b[3a - (2b + a) - 3] + 4ab - 7a$$

$$a = +3, b = -2.$$

$$[+50]$$

**217**

$$\{(5^{2a} : 5^{3b})^{2c} + a^b\} - [(2^{3a} \cdot 2^b : 2^{3c}) : b^a] : a$$

$$a = +3, b = +2, c = +2.$$

$$[+2]$$

Calcola il valore delle seguenti espressioni.

**87**  $3 - \frac{1}{2} + \left[ \frac{3}{4} + \left( \frac{1}{5} - \frac{6}{10} \right) \right] - 1;$   $-1 + \left[ \frac{1}{2} - \left( \frac{1}{3} - \frac{2}{4} + \frac{1}{5} \right) \right] + 2.$   $\left[ \frac{37}{20}, \frac{22}{15} \right]$

**94**  $7 - \left[ \left( 3 + \frac{1}{5} - \frac{3}{4} - 2 \right) - \left( \frac{2}{5} - 6 + \frac{3}{4} - \frac{1}{2} \right) \right] + \frac{6}{5} - \left( \frac{7}{20} + \frac{1}{20} \right)$  [2]

**95**  $\frac{1}{9} - \frac{1}{12} + \left( \frac{1}{8} - \frac{23}{9} \right) - \left[ \frac{3}{8} + \left( \frac{1}{3} - \frac{5}{2} \right) - \frac{1}{6} \right] + \frac{4}{9}$  [0]

**96**  $4 - \left[ 2 + \left( 1 - \frac{2}{3} \right) - \left( -4 + \frac{1}{5} \right) \right] + \left[ 7 - \left( 6 + \frac{1}{15} \right) - \frac{2}{5} \right]$   $\left[ -\frac{8}{5} \right]$

**139** **COMPLETA** la seguente tabella.

<b>a</b>	1	$-\frac{1}{2}$		$\frac{1}{3}$
<b>b</b>		$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	
<b>c</b>	3		-2	$\frac{1}{2}$
<b>a : b : c</b>	$\frac{1}{6}$			
<b>a : (b : c)</b>				
<b>a : b · c</b>		$-\frac{3}{8}$		
<b>a : (b · c)</b>			-4	
<b>a : c · b</b>				4
<b>a : (c · b)</b>				
<b>a · c : b</b>				

**278** **COMPLETA** la tabella.

<b>a</b>	<b>a<sup>-2</sup></b>	<b>a<sup>-1</sup></b>	<b>(-a)<sup>-2</sup></b>	<b>(-a)<sup>-1</sup></b>
$-\frac{1}{5}$				
	$\frac{4}{9}$			
		-1		
				-4

Trasforma i seguenti numeri decimali in frazioni.

**317** 3,7; 123,22; 0,04; -3,005; 10,01.

**319**  $3,1\bar{4}$ ;  $3,1\bar{4}$ ; -3,5;  $3,1\bar{4}\bar{1}$ .

**318**  $5,\bar{2}$ ;  $-0,\bar{3}$ ;  $0,\bar{6}$ ;  $2,\bar{3}$ ;  $-3,\bar{4}$ .

**320**  $4,3\bar{2}\bar{1}$ ; 0,025  $0,2\bar{1}\bar{6}$ ;  $0,2\bar{1}\bar{6}$ .

### Le espressioni con i numeri decimali

Calcola il valore delle seguenti espressioni dopo aver trasformato i numeri decimali in frazioni.

**332**  $3,5 - \frac{1}{2} \cdot 1,\bar{9}$   $\left[ \frac{5}{2} \right]$  **335**  $0,1\bar{6} : 0,75 + 0,7$  [1]

**333**  $2,\bar{4} - 3,5 : 0,5$   $\left[ -\frac{41}{9} \right]$  **336**  $(0,\bar{3} + 0,35) : \frac{41}{20} + 0,\bar{1}$   $\left[ \frac{4}{9} \right]$

**334**  $(2 \cdot 4,5)^2 - 8 \cdot (0,1)^{-1} + (10 - 5,6) : \frac{1}{2}$   $\left[ \frac{49}{5} \right]$  **337**  $(0,1\bar{5} - 0,00\bar{5}) \cdot 6,\bar{6} + \frac{5}{8} \cdot 7,2$   $\left[ \frac{11}{2} \right]$

**338**  $0,25 - \frac{7}{3} + 5 - 0,5 + \frac{5}{3} - 12 + 6 - \frac{10}{3} + \frac{5}{12}$   $\left[ -\frac{29}{6} \right]$

**339**  $\left( 0,4 - \frac{1}{7} \right) - \left[ \frac{4}{3} - 0,\bar{3} - \left( 1 + \frac{4}{7} \right) \right] - \left( \frac{1}{5} + \frac{1}{7} \right) - 3$   $\left[ -\frac{88}{35} \right]$

**340**  $\left[ \left( \frac{2}{3} - \frac{4}{5} \right) : (1,\bar{3} - 1) \right] : \left[ \left( -\frac{4}{5} \right) : \left( 0,5 - \frac{2}{3} \right) \right]$   $\left[ -\frac{1}{12} \right]$

Risolvi i seguenti problemi, utilizzando le proporzioni.

**390** La distanza tra i punti  $A$  e  $B$  sta alla distanza tra i punti  $B$  e  $C$  come 4 sta a 5. Sapendo che  $BC = 15$  cm, calcola  $AB$ . [12 cm]

**391** In un triangolo la lunghezza della base sta a quella dell'altezza come 7 sta a 5. Sapendo che la base è lunga 28 cm, calcola l'area del triangolo. [280 cm<sup>2</sup>]

**392** La somma di due numeri è 156 ed essi stanno tra loro come 5 sta a 8. Trova i due numeri. [60; 96]

**398** Il rapporto tra le aree di due rettangoli è  $\frac{9}{16}$ . Trova l'altezza del secondo rettangolo sapendo che ha la base di 20 cm e che il primo rettangolo ha i lati lunghi 15 cm e 6 cm. [8 cm]

**393** Dividi il numero 600 in due parti che stanno nel rapporto 7 a 5. [350; 250]

**394** Dividi il numero 210 in due parti proporzionali a 8 e 27. [48; 162]

Calcola le seguenti percentuali.

**424** 15% di 62; 10% di 125;  
30% di 200; 5% di 20.

**425** 15% di 160; 121% di 300;  
20% di 60; 0,1% di 28.

**426** 8% del 15% di 32; 0,4% di 9827;  
20% di 65; 10% del 42% di 2000.

**427** Se il 16% di un numero corrisponde a 1712, qual è il numero? [10700]

**428** Il 14,2% di un numero equivale a 1349. Trova il numero. [9500]

**429** Un rettangolo ha l'altezza lunga 14 cm; essa corrisponde al 70% della lunghezza della base. Calcola il perimetro e l'area del rettangolo. [68 cm; 280 cm<sup>2</sup>]

**430** **EUREKA!** **Lato per lato** I lati di un rettangolo misurano 60 cm e 40 cm. Se entrambi i lati venissero diminuiti del 5%, di quanto diminuirebbe, in percentuale, l'area del rettangolo? Quale sarebbe invece la diminuzione in percentuale dell'area se i lati venissero entrambi diminuiti di 5 cm? [9,75%;  $\approx 19,79\%$ ]

# 1 Che cosa sono i monomi

## Definizione

> Teoria a pagina 311

### 1 VERO O FALSO?

- Il prodotto tra un numero e una lettera è un monomio.
- L'espressione  $\frac{3}{4}a^2b$  non è un monomio.
- Qualunque numero è un monomio.
- Un monomio non può avere lettere con esponenti negativi.

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**COMPLETA** le seguenti tabelle di moltiplicazione.

**106**

·	$-a$	$3b$
$2a$		
$-\frac{1}{2}y$		

**107**

·	$-2$	$-x$	$+2y$
$-3$			
$-4x$			
$\frac{1}{2}y$			

**108**

·	$a$	$-4$	$-b^2$
$-\frac{1}{4}$			
$ab$			
$a^2$			

Semplifica le seguenti espressioni.

- 5**  $\frac{1}{2}xy^2(-x^3y) + x^2y(-\frac{3}{2}x^2y^2) - x^4(-y^3) + 2x^2y^2(x^2y)$  [ $x^4y^3$ ]
- 6**  $\frac{1}{2}(-2ab^2)^2 - (ab^2)^2 + (1 - \frac{1}{2})^3 a^2b \cdot (-4b^3) - \frac{1}{5}a^5b^6 : (-\frac{1}{3}a^3b^2)$  [ $\frac{11}{10}a^2b^4$ ]
- 11**  $x \cdot (-\frac{1}{2}x^2y) \cdot (yx)^3 + \frac{1}{4} \cdot (2xy^3)^2 \cdot (\frac{1}{2}x^2)^2 : (2y^2)$  [ $-\frac{3}{8}x^6y^4$ ]
- 12**  $[-a^2 + (\frac{1}{5}a^3b^2) : (-\frac{2}{5}ab^2)] : (-6a) + [(-2ab)^4 : (+2ab^2)^2] : (+4a)$  [ $\frac{5}{4}a$ ]
- 13**  $[-(-a^3x)^2]^2 \cdot \left\{ \left[ (\frac{1}{5}a^6x^9)^5 \right]^0 \right\}^3 - x(\frac{1}{2}a^3x)^3 \cdot (-2a^3) + (-2a^3x)^4$  [ $\frac{69}{4}a^{12}x^4$ ]

Esegui le seguenti addizioni e sottrazioni.

- 44**  $a - (2b + a)$  [ $-2b$ ]
- 45**  $a + (3b + a) - (a^2 + b)$  [ $-a^2 + 2a + 2b$ ]
- 46**  $x^2 + \frac{2}{5}x - 2 - (\frac{1}{3}x^2 + \frac{2}{5}x + 2)$  [ $\frac{2}{3}x^2 - 4$ ]
- 51**  $(10a^2b + 5ab^2 + 3ab) + (7ab^2 - 5a^2b + 2a^2b)$  [ $7a^2b + 12ab^2 + 3ab$ ]
- 52**  $(\frac{2}{3}x^2y + \frac{3}{4}xy^3 - \frac{2}{5}x^4) - (-\frac{1}{4}xy^3 - \frac{1}{3}x^2y + \frac{3}{5}x^4)$  [ $x^2y + xy^3 - x^4$ ]
- 53**  $(\frac{1}{5}x^2 - \frac{2}{3}x + 1) + (\frac{1}{3}x^2 + 2x - \frac{1}{2})$  [ $\frac{8}{15}x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{1}{2}$ ]
- 54**  $(\frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{3}x + \frac{2}{5}) - (4 + \frac{1}{3}x - \frac{3}{5}x^2)$  [ $\frac{11}{10}x^2 - 2x - \frac{18}{5}$ ]
- 55**  $(5a^3b^2 - ab^3 + a^2b^3) - (a^2b^3 + ab^3 - a^3b^2)$  [ $6a^3b^2 - 2ab^3$ ]
- 56**  $(2x^2 + y^2 - 3xy) + (y^2 - 2xy - \frac{1}{3}x^2) + (3xy - \frac{2}{3}x^2 - 2y^2)$  [ $x^2 - 2xy$ ]

Calcola i prodotti.

- 82**  $6(x^2 - 2y);$   $(-2)(-3xy + 2).$  [ $6x^2 - 12y; 6xy - 4$ ]
- 83**  $-\frac{1}{6}(2a - 3x);$   $3(\frac{1}{9}x^2 - 2x).$  [ $-\frac{1}{3}a + \frac{1}{2}x; \frac{1}{3}x^2 - 6x$ ]
- 84**  $a(x + a);$   $b(by - 1).$  [ $ax + a^2; b^2y - b$ ]
- 93**  $9ab(\frac{2}{3}a^2b - \frac{16}{9}ab^2)$  [ $6a^3b^2 - 16a^2b^3$ ]
- 94**  $\frac{5}{2}x^3y(4x^2 - \frac{1}{5}xy + y^2)$  [ $10x^5y - \frac{1}{2}x^4y^2 + \frac{5}{2}x^3y^3$ ]
- 95**  $-3,5ab(-1 + \frac{2}{3}a^2b^2 - \frac{2}{7}a^3b - \frac{1}{14}ab^2)$  [ $\frac{7}{2}ab - \frac{7}{3}a^3b^3 + a^4b^2 + \frac{1}{4}a^2b^3$ ]

Semplifica le seguenti espressioni.

- 108**  $x^2(x+y-1) - x(x-y) - y(x^2-2) - xy$  [ $x^3 - 2x^2 + 2y$ ]  
**109**  $-4x(2x+3y) - 3y(-4x+y) - 2(4x^2+3y^2)$  [ $-16x^2 - 9y^2$ ]  
**116**  $\frac{5}{4}a\left(\frac{8}{15}x^3 - \frac{8}{5}x^2y\right) + (xa^2 - 5)x - \frac{2}{3}x^2a\left(x - 3y + \frac{3}{2}a\right)$  [ $-5x$ ]  
**117**  $(a^2 - 2ab)\left(-\frac{3}{2}a\right) + (-2a + 3b)\left(-\frac{1}{2}a^2\right) + \frac{1}{4}a(5ab - 8a^2)$  [ $\frac{11}{4}a^2b - \frac{5}{2}a^3$ ]

Semplifica le seguenti espressioni.

- 412**  $(2a-b)^2 - (3a+b)(a-2b) + 5a^2 - ab$  [ $6a^2 + 3b^2$ ]  
**413**  $(x+y)^2 - 2y(x-y) - (x+y)(y-x)$  [ $2x^2 + 2y^2$ ]  
**414**  $(a^2 + b^2)(a^2 - b^2) - (a^2 + b^2)^2 + 2a^2(a^2 + b^2)$  [ $2a^4 - 2b^4$ ]

Calcola quoziente e resto delle seguenti divisioni

- 562**  $(3y^4 + 3y^3 - 2y + 1) : (y + 5)$  [ $Q = 3y^3 - 12y^2 + 60y - 302; R = 1511$ ]  
**563**  $(x^4 + 3x^2 - 4) : (x^2 - 4)$  [ $Q = x^2 + 7; R = 24$ ]  
**564**  $(15a^3 - 8a^2 - 9a + 2) : (3a + 2)$  [ $Q = 5a^2 - 6a + 1; R = 0$ ]  
**573**  $(x^5 - x^3 + 1) : (x^2 + 1)$  [ $Q = x^3 - 2x; R = 2x + 1$ ]  
**574**  $(2 + x + 3x^2 + x^3) : (x^2 + 2)$  [ $Q = x + 3; R = -x - 4$ ]  
**575**  $(x^5 - 3x^4 + 5x^3 - 2x^2 + 6x - 10) : (x^3 - 2)$  [ $Q = x^2 - 3x + 5; R = 0$ ]

Esegui le seguenti divisioni, applicando la regola di Ruffini. Nei risultati indichiamo il resto  $R$  solo se è diverso da 0.

- 627**  $(a^2 - a - 12) : (a - 4)$  [ $Q = a + 3$ ]  
**628**  $(2x^3 - 9x + 1) : (x - 3)$  [ $Q = 2x^2 + 6x + 9; R = 28$ ]  
**633**  $(x^4 - 5x^5 + x^2 + 2) : (x + 1)$  [ $Q = -5x^4 + 6x^3 - 6x^2 + 7x - 7; R = 9$ ]  
**634**  $(b^4 - 2b^2 + 3) : (b - 2)$  [ $Q = b^3 + 2b^2 + 2b + 4; R = 11$ ]  
**635**  $(5x^3 - 3x^2 + 4x - 2) : (x - 1)$  [ $Q = 5x^2 + 2x + 6; R = 4$ ]  
**636**  $(x^3 - 3x + 2) : (x + 2)$  [ $Q = x^2 - 2x + 1$ ]  
**637**  $(2x^3 - 13x^2 + 4 + 19x) : (x - 4)$  [ $Q = 2x^2 - 5x - 1$ ]  
**638**  $\left(\frac{1}{4}x^5 - 4x^3 + 8x + 2\right) : (x - 2)$  [ $Q = \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^3 - 3x^2 - 6x - 4; R = -6$ ]

Scomponi in fattori, raccogliendo a fattore comune.

<b>7</b> •○○	$2ab - 4a^2$ ;	$\frac{1}{2}a^3 + \frac{1}{2}a$ ;	$2ax - 4a + 2a^2$ .
<b>8</b> •○○	$2x^2y + 6xy^2 + 4y^3$ ;	$-3x^2 - 15x - 21$ ;	$a^3x^3 - x + ax^2$ .
<b>9</b> •○○	$-2a^2 - 4a - 8$ ;	$a^2x + 12ax + 9ax^2$ ;	$-5y^2 + 15xy^2 - 25y$ .
<b>10</b> •○○	$x^4 + x^7 + x^5$ ;	$2x^2y^2 + 2x^2y^3 - 4xy^2$ ;	$\frac{1}{4}x^2y - \frac{1}{16}x^2$ .

Scomponi in fattori mediante il metodo del raccoglimento parziale.

<b>43</b> •○○	$5ay - y - 5a + 1$	<b>50</b> •○○	$5ax + ay^2 - y^2 - 5x$
<b>44</b> •○○	$x^2y^2 + 1 + x^2 + y^2$	<b>51</b> •○○	$3bx + x - 6b^2 - 2b$
<b>45</b> •○○	$5ax + 2ay + 5bx + 2by$	<b>52</b> •○○	$x^3y^2 + 2x^3y - ay - 2a$
<b>46</b> •○○	$3a^2b - 2a + 12ab - 8$	<b>53</b> •○○	$3ab - 6ac + b^2 - 2bc$

Determina le condizioni di esistenza delle seguenti frazioni algebriche.

<b>5</b> •○○	$\frac{5}{a}$ ;	$\frac{1}{x}$ ;	$\frac{a+b}{2a}$ ;	$\frac{2a}{a-1}$ ;	$\frac{3a+x}{x-3}$ .	<b>14</b> •○○	$\frac{3x}{2x+1}$ ;	$\frac{4a+b}{3a^3-75a}$ ;	$\frac{4}{5a}$ ;	$\frac{2a-1}{x^4-81}$ .
<b>6</b> •○○	$\frac{x+1}{6xy}$ ;	$\frac{3}{2(x-1)}$ ;	$\frac{a+1}{5a^3x}$ .	<b>15</b> •○○	$\frac{5-x}{6x-9}$ ;	$\frac{1-x}{2x^2+1}$ ;	$\frac{1}{y^2-25}$ .			
<b>7</b> •○○	$\frac{2}{xy^3t}$ ;	$\frac{4}{9(x+3)}$ ;	$\frac{x}{a^2b^2}$ .	<b>16</b> •○○	$\frac{2}{(x-1)^3}$ ;	$\frac{x}{a(a^2-4)}$ ;	$\frac{a+1}{27x^3}$ .			

Esegui le seguenti addizioni e sottrazioni di frazioni algebriche, semplificando il risultato quando è possibile.

<b>113</b> •○○	$-\frac{5}{2a} + \frac{3}{a} - \frac{2}{7a}$ ;	$\frac{1}{6b} - \frac{2}{3b} + \frac{1}{2b}$ .	$\left[\frac{3}{14a}; 0\right]$
<b>114</b> •○○	$\frac{1}{6a} + \frac{b}{3a^2} - \frac{5}{2ab}$ ;	$x - \frac{1}{x} + \frac{2}{x^2}$ .	$\left[\frac{ab+2b^2-15a}{6a^2b}; \frac{x^3-x+2}{x^2}\right]$
<b>115</b> •○○	$\frac{3}{4a} + \frac{1}{2a} - \frac{2}{3a}$ ;	$\frac{4x^2+1}{x^2} - \frac{x-2}{x} - 3$ .	$\left[\frac{7}{12a}; \frac{2x+1}{x^2}\right]$
<b>116</b> •○○	$\frac{11}{2a^2x^2} - 1 - \frac{3}{4a^2x^2}$ ;	$\frac{a+b}{2a} - \frac{2a-b}{3b} - \frac{3b-a}{6a}$ .	$\left[\frac{19-4a^2x^2}{4a^2x^2}; \frac{3b-2a}{3b}\right]$

# 1 Le identità

> Teoria a pagina 517

## 1 VERO O FALSO?

- a. Un'identità è sempre un'uguaglianza fra due polinomi ridotti a forma normale che contengono gli stessi termini.  V  F
- b. Se un'uguaglianza fra due espressioni letterali è valida per tutti i valori che si possono attribuire alle lettere, allora è un'identità.  V  F
- c. Due polinomi di grado diverso, ridotti a forma normale, non possono essere i due membri di una stessa identità.  V  F

## 2 TEST

Le seguenti uguaglianze sono tutte identità, *tranne una*. Quale?

- A  $a(2b + c) = 2ab + ac$
- B  $(a + 2b)^3 = a^3 + 6a^2b + 6ab^2 + 8b^3$
- C  $(a + b)^2 - (b - a)^2 = 4ab$
- D  $(a - b)^2 = (b - a)^2$

## 3 FAI UN ESEMPIO

Scrivi un'uguaglianza che sia verificata per ogni valore di  $a \in \mathbb{R}$ .

Stabilisci se le seguenti uguaglianze sono identità.

- 5  $[4a^3b^3 : (-b^2)] : (2a^2b) = (-\frac{2}{3}a^2b) : (\frac{1}{3}ab)$  [sì]
- 6  $-a + b^2 + 2(a - b) + (a - b)(a + b) = a + b^2 - (2b - a^2 + b^2)$  [sì]
- 7  $(\frac{1}{4}a - \frac{1}{5}a)3a + a^2 = \frac{3}{4}a^2 + \frac{2}{5}a^2$  [sì]
- 8  $3(a - 2)^2 - 3a(a - 4) = 3a(2a - a) + 12(1 - 6a)$  [no]
- 9  $3(a + b)^2 - 6ab + (a - b)(a + b) = 4(a^2 - 1) + 2(2 - b^2)$  [no]
- 10  $(x - 2)^3 + 8 - x^3 + 6(x - 2)(x + 2) = 12(x - 2) + x$  [no]

# 2 Le equazioni

## Le soluzioni di un'equazione

> Teoria a pagina 519

## 22 VERO O FALSO?

- a. Le equazioni sono identità particolari.  V  F
- b. Le incognite sono le variabili presenti in un'equazione.  V  F
- c.  $y = 3$  è soluzione dell'equazione  $\frac{2}{5}(y + 2) = y - 1$ .  V  F

Per stabilire se un numero è soluzione di un'equazione, lo sostituiamo all'incognita: se l'uguaglianza è vera, il numero è soluzione.

Di fianco a ogni equazione sono scritti alcuni valori; stabilisci se sono soluzioni dell'equazione.

- 23  $1 - x = 2x + 7$   $x = 3;$   $x = -2.$
- 24  $2x + 1 - 6x = 13$   $x = -4;$   $x = -3.$
- 25  $(y - 2)^2 + 14 = 8y - 3y$   $y = 3;$   $y = -2.$
- 26  $\frac{2 - 3x}{4} + \frac{1}{2} = -\frac{x}{4}$   $x = \frac{1}{3};$   $x = 2.$

## La forma normale di un'equazione e il suo grado

> Teoria a pagina 520

### 33 VERO O FALSO?

- a. L'equazione  $x^3 - 3x^4 - x = 3$  è di grado 3.  
 b. L'equazione  $x^2 - 9 - x^2 - 3x = 0$  è di secondo grado.  
 c. L'equazione  $4x = 0$  è ridotta a forma normale.  
 d. L'equazione  $x^2 - 9 = 0$  ha grado 2.  
 e. L'equazione  $2x + x = 4x - x$  non è ridotta a forma normale.

V	F
V	F
V	F
V	F
V	F

### 34 TEST

Fra le seguenti uguaglianze solo *una* è un'equazione lineare intera. Quale?

- A  $x^2 + 2x + 1 = 0$        B  $\frac{x+1}{x-1} = 2$        C  $\frac{3}{x} + 1 = 4x$        D  $2x - 3 = 3^2(1 - x)$

Fra le seguenti equazioni nell'incognita  $x$ , riconosci quelle scritte in forma normale e, per ognuna di queste, scrivi il grado e il termine noto.

35  $x^2 - 1 = 0$ ;       $3x + 2 = 1 - 5x$ ;       $6x - x^3 = 0$ ;       $(2x - 3)^2 + 4x = 0$ ;       $a^3 + x^2 = 0$ .

36  $x^2 - 5x + 6 = 0$ ;       $a^2x + x - 1 = 0$ ;       $x^3 - 3x^2 = 2x + 1$ ;       $4x^2 - 6x = 2$ ;       $b^2 + b^4x + x = 0$ .

## Il primo principio di equivalenza

> Teoria a pagina 522

61 TEST È data l'equazione  $\frac{3}{2}x + 1 = x + \frac{1}{2}$ . Quale, fra le seguenti equazioni, è stata ricavata applicando in modo *corretto* il primo principio di equivalenza?

- A  $\frac{3}{2}x + 1 - x - 1 = x + \frac{1}{2} - x - 1$        C  $\frac{3}{2}x + x = \frac{1}{2} + 1$   
 B  $\frac{3}{2}x + 1 + x = \frac{1}{2}$        D  $\frac{3}{2}x + 1 - 1 = x + \frac{1}{2} - x$

**FAI UN ESEMPIO** Per ogni equazione proposta, scrivine altre due a essa equivalenti, applicando il primo principio di equivalenza.

62  $6x + 10 = 8x + 6$ ;       $3x + 7 = x - 5$ .

63  $\frac{x-1}{2a} - \frac{a}{b} = \frac{ax}{2b}$ ;       $\frac{1}{x} - \frac{3a}{x-1} = 1 + \frac{2}{x}$ .

64 Riconosci fra le seguenti equazioni quelle equivalenti a  $2ax + b = 8a + b - 6a$ .

- a.  $2ax + b + 5 = 8a + b - 6a + 4$ ;      c.  $2ax + b - 2a = 8a + b - 6a - 2b$ ;  
 b.  $2ax + b - b = 8a + b - 6a - b$ ;      d.  $2ax + b - 2a - 3b = 8a + b - 6a - 2a - 3b$ .

Per risolvere ogni equazione semplifica il più possibile entrambi i membri, poi applica due volte il primo principio di equivalenza, seguendo le indicazioni scritte a fianco.

65  $10x - 8 - 3x = 4x + 2 + 2x$       1. aggiungi 8;      2. sottrai 6x.       $[x = 10]$

66  $-8x + 6 + 5x - 1 = 3 - 14x - 7 + 10x$       1. aggiungi 4x;      2. sottrai 5.       $[x = -9]$

## Il secondo principio di equivalenza

> Teoria a pagina 523

### 75 VERO O FALSO?

- a. Per il secondo principio di equivalenza possiamo moltiplicare i due membri di un'equazione per una qualunque espressione diversa da 0 ottenendo un'equazione equivalente a quella data.  
 b. Per cambiare i segni a tutti i termini di un'equazione, applichiamo il secondo principio di equivalenza.  
 c. Applicando il secondo principio di equivalenza all'equazione  $2x = 4$ , si ottiene  $x = \frac{1}{2}$ .

V	F
V	F
V	F

Per risolvere le seguenti equazioni applica il secondo principio di equivalenza seguendo le indicazioni scritte a fianco.

- |                  |                              |                       |                  |                                  |  |
|------------------|------------------------------|-----------------------|------------------|----------------------------------|--|
| <b>82</b><br>•○○ | $2x = 10$                    | dividi per 2.         | <b>85</b><br>•○○ | $\frac{3}{2}x = -\frac{1}{5}$    | moltiplica per $\frac{2}{3}$ .                       |
| <b>83</b><br>•○○ | $-x = 15$                    | moltiplica per $-1$ . | <b>86</b><br>•○○ | $-\frac{6}{11}x = \frac{12}{11}$ | moltiplica per $-\frac{11}{6}$ .                     |
| <b>84</b><br>•○○ | $\frac{1}{3}x = \frac{6}{5}$ | moltiplica per 3.     | <b>87</b><br>••○ | $\frac{1}{3}a^2x = \frac{1}{2}b$ | 1. moltiplica per 3;<br>2. dividi per $a^2 \neq 0$ . |

Risolvi le seguenti equazioni numeriche nell'insieme dei numeri reali.

- |                   |                                 |  |                              |
|-------------------|---------------------------------|--|------------------------------|
| <b>123</b><br>•○○ | $3x - 1 = 2x + 5;$              | $4(1 - x) - 2x = 3x + 1.$                  | $[6; \frac{1}{3}]$           |
| <b>124</b><br>•○○ | $-6x + 7 = 7 - 6x;$             | $2x - 5 = x + 4 + x.$                      | [indeterminata; impossibile] |
| <b>125</b><br>•○○ | $8x - 3 + 2x = 6x + 1 + 4x;$    | $-3(x + 1) - 2 - 4x = 2.$                  | [impossibile; $-1$ ]         |
| <b>126</b><br>•○○ | $\frac{1}{6}(x - 1) = 0;$       | $\frac{x}{4} - x = 0.$                     | $[1; 0]$                     |
| <b>127</b><br>•○○ | $10^3x - 4 \cdot 10^4 = 0;$     | $\frac{x}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{9}{4}.$ | $[40; \frac{3}{2}]$          |
| <b>128</b><br>•○○ | $0,06x = 600 \cdot 10^{-2};$    | $\frac{-10x}{3} = -3^{-1}.$                | $[100; \frac{1}{10}]$        |
| <b>129</b><br>•○○ | $-2^5x + 4^6 = 0;$              | $0,7x = 0,07.$                             | $[128; \frac{1}{10}]$        |
| <b>130</b><br>•○○ | $10^2x - 10^4 = -2 \cdot 10^3;$ | $[27 + (-3)^3]x = 9.$                      | $[80; \text{impossibile}]$   |

## Le equazioni di primo grado e la risoluzione dei problemi

### Problemi sui numeri

- 
- |                   |   |                   |   |
|-------------------|---|-------------------|---|
| <b>238</b><br>•○○ | Qual è quel numero che sommato alla sua metà è uguale a 21? [14]  | <b>247</b><br>•○○ | Sottrarre 21 alla metà di un numero equivale a calcolare la quinta parte del numero stesso. Determina il numero. [70]               |
| <b>239</b><br>•○○ | Se moltiplico un numero per 7 e aggiungo la sua quinta parte, ottengo 72. Determina il numero. [10]                   | <b>248</b><br>•○○ | Dividendo un numero per 3, o sottraendo $\frac{5}{4}$ al numero, si ottiene lo stesso risultato. Qual è il numero? $[\frac{15}{8}]$ |
| <b>240</b><br>•○○ | Se a un numero si aggiunge il suo quadruplo e si sottrae la sua quarta parte, si ottiene 38. Determina il numero. [8] | <b>249</b><br>•○○ | Calcola un numero, sapendo che il suo quadruplo equivale al doppio della somma tra 45 e la metà del numero stesso. [30]             |
| <b>241</b><br>•○○ | Sommando un numero con la sua metà e con $\frac{3}{5}$ della sua metà, si ottiene 9. Qual è il numero? [5]            |                   |   |

## 6 Le equazioni fratte Attività interattiva



### La risoluzione di un'equazione numerica fratta

> Teoria a pagina 530

#### 370 VERO O FALSO?

- a. Un'equazione numerica si dice fratta se sono presenti dei denominatori.  V  F
- b. In un'equazione fratta si possono eliminare i denominatori solo dopo aver posto le condizioni di esistenza.  V  F
- c. Un'equazione numerica fratta deve avere delle frazioni algebriche in entrambi i membri.  V  F
- d. Un'equazione numerica fratta può essere impossibile solo quando la soluzione è incompatibile con le condizioni di esistenza.  V  F

#### Le condizioni di esistenza delle equazioni numeriche fratte

**371 TEST** Considera l'equazione:  $\frac{2x+1}{2x} - \frac{2x-1}{x-1} + \frac{x}{x^2-4} = 0$ .

Quali sono le sue condizioni di esistenza?

- A  $x \neq 0, x \neq 1, x \neq 4$        C  $x \neq -\frac{1}{2}, x \neq \frac{1}{2}, x \neq 0$
- B  $x \neq -2, x \neq 1$        D Nessuna delle precedenti.

Per scrivere le C.E., poniamo diverso da 0 ogni denominatore.

**372 ASSOCIA** ogni equazione alle corrispondenti condizioni di esistenza.

1.  $\frac{x}{x+2} - 1 = 0$       2.  $1 + \frac{x-1}{x+1} - \frac{2x}{x-2} = 0$       3.  $\frac{1}{(x+1)^2} - \frac{1}{x^2} = 0$       4.  $\frac{x^2}{(x-2)^2} = \frac{x}{x-2}$
- a.  $x \neq -1, x \neq 2$       b.  $x \neq -1, x \neq 0$       c.  $x \neq -2$       d.  $x \neq 2$

Risolvi le seguenti equazioni numeriche fratte (nelle soluzioni sono omesse le condizioni di esistenza).

- |   |                  |  |                  |
|---|------------------|--|------------------|
| <b>384</b><br>••• $2 + \frac{3}{x} = 0$           | $[-\frac{3}{2}]$ | <b>408</b><br>••• $\frac{3}{x} + \frac{1}{2} = \frac{2x-1}{x}$             | $[\frac{8}{3}]$  |
| <b>385</b><br>••• $\frac{9}{x-2} = 3$             | [5]              | <b>409</b><br>••• $\frac{-1}{x-3} = \frac{2}{x+1}$                         | $[\frac{5}{3}]$  |
| <b>386</b><br>••• $\frac{x-1}{x+5} - 4 = 0$       | [-7]             | <b>410</b><br>••• $\frac{x+1}{3x} = \frac{x}{3x+1}$                        | $[-\frac{1}{4}]$ |
| <b>387</b><br>••• $\frac{2x-8}{3x^2} = 0$         | [4]              | <b>411</b><br>••• $\frac{1+3x}{4x+4} - \frac{5-x}{x+1} = 2$                | [-27]            |
| <b>388</b><br>••• $\frac{3x-9}{2x-6} = 0$         | [impossibile]    | <b>412</b><br>••• $\frac{5}{2-2x} - \frac{x}{x^2-2x+1} = 0$                | $[\frac{5}{7}]$  |
| <b>389</b><br>••• $\frac{3(x-1)}{2x-2} = 1$       | [impossibile]    | <b>413</b><br>••• $\frac{x+2}{2x} - \frac{4-x}{2x-x^2} = \frac{3x}{6x-12}$ | [impossibile]    |
| <b>390</b><br>••• $\frac{1}{x} + \frac{1}{2} = 2$ | $[\frac{2}{3}]$  | <b>414</b><br>••• $\frac{x-1}{x^2+3x} + \frac{2}{x} + \frac{9}{2x+6} = 0$  | $[-\frac{2}{3}]$ |

# 1 Le disuguaglianze numeriche

## • Che cos'è una disuguaglianza

> Teoria a pagina 593

**COMPLETA** inserendo i simboli  $<$ ,  $>$ .

- 1  $\frac{7}{3}$   2;      0  -4;       $\frac{1}{4}$    $\frac{1}{3}$ ;       $-\frac{2}{5}$   1;       $-8$    $-3$ .
- 2  $-6$   0;       $-\frac{6}{7}$    $-\frac{5}{8}$ ;       $-3$    $-5$ ;       $(-2)^4$    $-4^3$ ;       $(-10)^2$    $-(-10)^3$ .

## • Le proprietà delle disuguaglianze

> Teoria a pagina 594

**COMPLETA** inserendo i simboli  $<$ ,  $>$ .

- 3  $4 < 8 \rightarrow \frac{1}{4}$    $\frac{1}{8}$ ;       $-7 < -2 \rightarrow -\frac{1}{7}$    $-\frac{1}{2}$ ;       $-\frac{3}{4} < -\frac{1}{2} \rightarrow -\frac{4}{3}$    $-2$ .
- 4  $4 < 7 \rightarrow 4^2$    $7^2$ ;       $-6 < -2 \rightarrow (-6)^2$    $(-2)^2$ ;       $-5 < -3 \rightarrow (-5)^3$    $(-3)^3$ .
- 5 Se  $a > b$ :       $-3a$    $-3b$ ;       $-a$    $-b$ ;       $a-4$    $b-4$ ;       $1-a$    $1-b$ .

6 **TEST** Una tra le seguenti proposizioni, in cui  $x$  e  $y$  rappresentano numeri reali qualsiasi, è falsa. Quale?

- A  $x$  è maggiore del suo opposto se e solo se  $x$  è positivo.       C Se  $x > y$ , allora  $\frac{x}{3} > \frac{y}{3}$ .
- B Poiché  $5 > 3$ , allora  $5x > 3x$ .       D Se  $x > y$ , allora  $-x < -y$ .

# 2 Le disequazioni

## • Disequazioni e soluzioni

> Teoria a pagina 595

10 **TEST** Quale dei seguenti numeri appartiene all'insieme delle soluzioni della disequazione  $-x < -6$ ?

- A 10       B 6       C  $\frac{1}{6}$        D -6

Di fianco a ogni disequazione sono scritti alcuni valori. Determina quali sono soluzioni e quali non lo sono.

- 11  $a - 3 > 5$        $a = 8$ ;       $a = \frac{9}{2}$ ;       $a = \frac{17}{2}$ ;       $a = \frac{28}{3}$ .
- 12  $y + 4 \leq 6$        $y = 2$ ;       $y = \frac{3}{2}$ ;       $y = \frac{1}{3}$ ;       $y = 0$ .
- 13  $\frac{3x+2}{4} - \frac{x}{2} > 2x-3$        $x = 1$ ;       $x = \frac{3}{2}$ ;       $x = -2$ ;       $x = 0$ .
- 14  $-x + \frac{3}{2} \leq \frac{2x}{5} - \frac{1}{3} + 2x$        $x = \frac{1}{2}$ ;       $x = -\frac{1}{2}$ ;       $x = 1$ ;       $x = \frac{3}{4}$ .
- 15  $x + 3 \geq -\frac{3}{2} + \frac{x}{5} - 6x$        $x = -\frac{1}{2}$ ;       $x = 2$ ;       $x = -1$ ;       $x = 0$ .

### 3 Le disequazioni intere



**Le disequazioni numeriche intere**  Attività interattiva

> Teoria a pagina 599

**38** **COMPLETA** scrivendo la soluzione.

- |   |   |  |
|---|---|--|
| a. $0x < -2 \rightarrow$ <input type="text"/>   | d. $0x > -7 \rightarrow$ <input type="text"/> | g. $0x \geq 10 \rightarrow$ <input type="text"/> |
| b. $0x \geq 8 \rightarrow$ <input type="text"/> | e. $-7x > 0 \rightarrow$ <input type="text"/> | h. $0x < 0 \rightarrow$ <input type="text"/>     |
| c. $0x \leq 0 \rightarrow$ <input type="text"/> | f. $0x > 0 \rightarrow$ <input type="text"/>  | i. $0x < 12 \rightarrow$ <input type="text"/>    |

Risolvi le seguenti disequazioni numeriche intere.

- |   |  |
|---|--|
| <b>44</b> $3x - 5 < -2$ <span style="float: right;">[<math>x &lt; 1</math>]</span>                          | <b>51</b> $2(x-1) + 3(x-2) < -7$ <span style="float: right;">[<math>x &lt; \frac{1}{5}</math>]</span>  |
| <b>45</b> $x - 2 < 7x$ <span style="float: right;">[<math>x &gt; -\frac{1}{3}</math>]</span>                | <b>52</b> $\frac{1}{2}x - (1+x) > \frac{3}{2}$ <span style="float: right;">[<math>x &lt; -5</math>]</span>                                       |
| <b>49</b> $4[2(1-x) - 3] > 5x + 1$ <span style="float: right;">[<math>x &lt; -\frac{5}{13}</math>]</span>   | <b>56</b> $6x + 7 > \frac{1}{3}(9x - 3)$ <span style="float: right;">[<math>x &gt; -\frac{8}{3}</math>]</span>                                   |
| <b>50</b> $-x - \frac{1}{2} + \frac{x+1}{2} > 0$ <span style="float: right;">[<math>x &lt; 0</math>]</span> | <b>57</b> $\frac{3}{2}(x + \frac{1}{2}) > 2(x + \frac{1}{2}) - \frac{1}{2}(x - \frac{1}{2})$<br><span style="float: right;">[impossibile]</span> |

**86**  $(\frac{1}{2} - x)^2 - \frac{1-2x}{3} \leq (1+x)^2 - (1 - \frac{3x-1}{6})$  [ $x \geq \frac{1}{34}$ ]

**87**  $2(x - \frac{1}{2})(x + \frac{1}{4}) - x(x+2) \leq (x - \frac{1}{2})^2 - \frac{1}{2}$  [ $x \geq 0$ ]

Risolvi i seguenti sistemi di disequazioni.

- |   |   |
|---|---|
| <b>170</b> $\begin{cases} x-1 > 0 \\ x-6 > 0 \end{cases}$ <span style="float: right;">[<math>x &gt; 6</math>]</span>                                  | <b>174</b> $\begin{cases} x-4 < 0 \\ 2-x > 0 \\ x+3 > 0 \end{cases}$ <span style="float: right;">[<math>-3 &lt; x &lt; 2</math>]</span>                   |
| <b>171</b> $\begin{cases} 4x+6 < 0 \\ 6x \geq 0 \end{cases}$ <span style="float: right;">[impossibile]</span>   | <b>175</b> $\begin{cases} 3x+9+2 < x-1 \\ 2x-3 > x+7 \end{cases}$ <span style="float: right;">[impossibile]</span>  |
| <b>172</b> $\begin{cases} x+4 < 0 \\ 3x < 1 \end{cases}$ <span style="float: right;">[<math>x &lt; -4</math>]</span>                                  | <b>176</b> $\begin{cases} x-6-x(x-1) > 2-x^2 \\ 2x-1 < 3 \end{cases}$ <span style="float: right;">[impossibile]</span>                                    |
| <b>173</b> $\begin{cases} x+1 > 0 \\ -2x \geq 0 \\ 3x+2 > 0 \end{cases}$ <span style="float: right;">[<math>-\frac{2}{3} &lt; x \leq 0</math>]</span> | <b>177</b> $\begin{cases} x+7-3x \geq -x(x+1) + x^2 - 3 - 2x \\ 2x+3 < 7 \end{cases}$ <span style="float: right;">[<math>-10 \leq x &lt; 2</math>]</span> |

**187**  $\begin{cases} (x+2)^2 - x(x+2) - 7 \leq 4 \\ 2x-3 > 1 \end{cases}$  [ $2 < x \leq \frac{7}{2}$ ]

**188**  $\begin{cases} 2x-3 < (x+1)^2 - x(x-1) \\ x+3-2x \geq 4 \end{cases}$  [ $-4 < x \leq -1$ ]

**189**  $\begin{cases} (x-1)^2 + 2x - 7 < 1 + x^2 \\ 7x+1 < 7+x(x-2) - x^2 + 9x \end{cases}$  [ $\forall x \in \mathbb{R}$ ]

**197**  $\begin{cases} 5x+1 \leq -2(x-11) \\ 4-4x > 11 \\ x-3 > -(1-x) \end{cases}$  [impossibile]

**198**  $\begin{cases} -2(x+3) < 1-9x \\ 5x \geq 1 \\ \frac{2}{3} - x + \frac{2x-4}{5} > \frac{x-1}{2} \end{cases}$  [ $\frac{1}{5} \leq x < \frac{1}{3}$ ]

Risolvi le seguenti disequazioni numeriche fratte.

<b>355</b> •••	$\frac{1}{x} < 0$	$[x < 0]$	<b>372</b> •••	$\frac{1}{5}x - \frac{1}{x-5} > \frac{x+1}{5} - \frac{x-1}{x-5}$	$[x < \frac{5}{4} \vee x > 5]$
<b>356</b> •••	$\frac{1}{x-1} > 0$	$[x > 1]$	<b>373</b> •••	$\frac{4}{x} < \frac{1}{2}$	$[x < 0 \vee x > 8]$
<b>361</b> •••	$\frac{2x-1}{2x+1} \leq 0$	$[-\frac{1}{2} < x \leq \frac{1}{2}]$	<b>377</b> •••	$\frac{2}{x+4} \leq \frac{3}{2x+8} + \frac{1}{2}$	$[x < -4 \vee x \geq -3]$
<b>362</b> •••	$\frac{x-3}{x} > 0$	$[x < 0 \vee x > 3]$	<b>378</b> •••	$\frac{3x+2}{3} < \frac{2x^2-6}{2x+1}$	$[-\frac{20}{7} < x < -\frac{1}{2}]$

Risolvi le seguenti disequazioni numeriche intere.

<b>4</b> •••	$\frac{4}{3}(x + \frac{1}{3}) > 3(x + \frac{1}{3}) - \frac{1}{3}(5x - \frac{1}{3})$	[impossibile]
<b>5</b> •••	$\frac{1-2x}{3} + \frac{1}{2} < 2x + \frac{1}{3}(1 - \frac{x}{2}) + 8$	$[x > -3]$
<b>6</b> •••	$\frac{(3x-1)^2}{3} + \frac{x+3}{6} > 3x(x-1) - \frac{2-7x}{4}$	$[x < \frac{16}{7}]$
<b>7</b> •••	$(3x+1)(1-3x) + 2(1-3x) \geq (x-1)^3 - x^2(6+x)$	$[x \leq \frac{4}{9}]$
<b>8</b> •••	$2x(x - \frac{2}{9}x) - \frac{x}{3}(\frac{10}{3}x + 4) < (1 - \frac{2}{3}x)^2$	$[\forall x \in \mathbb{R}]$

### Disequazioni fratte

Risolvi le seguenti disequazioni numeriche fratte.

<b>36</b> •••	$\frac{2x+1}{x-5} < 0$	$[-\frac{1}{2} < x < 5]$	<b>40</b> •••	$\frac{4}{x-3} \geq 2 - \frac{5x-4}{x-3}$	$[x \leq -2 \vee x > 3]$
<b>37</b> •••	$\frac{3-2x}{x+3} > 0$	$[-3 < x < \frac{3}{2}]$	<b>41</b> •••	$\frac{x-2}{2x+1} + \frac{2}{4x+2} \geq 0$	$[-\infty; -\frac{1}{2}[ \cup [1; +\infty[$
<b>38</b> •••	$\frac{3x-6}{x+3} \geq \frac{1}{2}$	$[x < -3 \vee x \geq 3]$	<b>42</b> •••	$\frac{4x}{1-x} > \frac{2}{x-1} - 2$	$[-2 < x < 1]$
<b>39</b> •••	$\frac{(x-3)(x+6) - (x-8)}{x+4} \geq x+1$	$[-\frac{14}{3} \leq x < -4]$	<b>43</b> •••	$\frac{12+x(7+x)}{x^2+2x-3} + \frac{2x-1}{1-x} \leq 1$	$[(x < 1 \vee x \geq 3) \wedge x \neq -3]$

Risolvi i seguenti sistemi di disequazioni.

<b>44</b> •••	$\begin{cases} \frac{x+3}{2-x} > 0 \\ -3x-9 \leq 0 \end{cases}$	$[-3 < x < 2]$	<b>46</b> •••	$\begin{cases} \frac{2-x}{x+3} \geq 1 \\ 8-x(x+1) < (2-x)(2+x)+6 \end{cases}$	$[-2 < x \leq -\frac{1}{2}]$
<b>45</b> •••	$\begin{cases} (x+3)(2-x) \leq 0 \\ \frac{x-4}{2x} > 0 \end{cases}$	$[x \leq -3 \vee x > 4]$	<b>47</b> •••	$\begin{cases} \frac{1-4x}{2x+1} > \frac{1}{2} \\ \frac{x}{3x+5} > 1 \end{cases}$	[impossibile]

## La media aritmetica

> Teoria a pagina 667

**34** Determina la media aritmetica delle seguenti sequenze di numeri.

- a.** 6; 14; 8; 23; 4.      **d.** 2; 0; 2; 0.  
**b.**  $3 \cdot 10^{-2}$ ;  $5 \cdot 10^{-3}$ ;  $2 \cdot 10^{-2}$ .      **e.** -2; -1; 0; 1; 2.  
**c.** 2,4; 1,3; 5,6; 4,9.      **f.** -7; 3; -4; -1,3; 5,4; 6,3.

[a] 11; b)  $1,8\bar{3} \cdot 10^{-2}$ ; c) 3,55; d) 1; e) 0; f) 0,4

**35** Sono dati i seguenti numeri: 3, 6, 9, 12, 15.

- a.** Calcola la media aritmetica, indicandola con  $M$ .  
**b.** Se ogni numero viene aumentato di 3, anche il valore di  $M$  risulta aumentato di 3?  
**c.** Che cosa succede alla media  $M$  se ogni numero viene diminuito di 3? [a]  $M = 9$ ; b) sì,  $M = 12$ ; c)  $M = 6$

## La mediana

> Teoria a pagina 670

**50** Determina la mediana dei seguenti gruppi di numeri:

- a.** 4; 1; 4; 1; 3; 8; 10.      **c.** -2; 3; -5; 0; 1; 4; 7.  
**b.** 21; 3; 18; 7; 15; 12; 1.      **d.** 22; 28; 30; 40.

Disponiamo i dati in ordine crescente e cerchiamo il termine o la coppia centrale.

[a] 4; b) 12; c) 1; d) 29

### FAI UN ESEMPIO

**51** Scrivi sei numeri tali che la loro media aritmetica sia 10 e la loro mediana 8.

**52** Scrivi tre numeri tali che la loro media aritmetica sia 8 e la loro mediana 10.

## La moda

> Teoria a pagina 671

Determina la moda delle seguenti sequenze di numeri.

- 55** **a.** 1; 4; 3; 1; 1; 2; 4; 1; 3; 5; 3.      **56** **a.** 18; 19; 21; 18; 19; 18; 17; 19; 20; 19.  
**b.** 21; 18; 16; 21; 19; 16; 18; 16; 21; 18; 16.      **b.** -5; 0; 1; -2; -3; 0; 1; -2; -2.

[a] 1; b) 16

[a] 19; b) -2

## Media, moda, mediana

Per ognuna delle seguenti serie di dati, calcola la media aritmetica, la mediana e la moda.

**57** Numero di biglietti venduti in un cinema nei diversi giorni della settimana:

250, 280, 300, 320, 250, 500, 600.

[357,1; 300; 250]

**58** Numero di scooter venduti in ciascuna delle ultime dieci settimane da un concessionario:

10, 20, 6, 8, 4, 6, 6, 8, 10, 10.

[8,8; 8; 10 e 6]

**59** Tempo (in minuti) impiegato da alcuni ragazzi a percorrere un tracciato di corsa campestre:

10, 8, 8, 9, 9, 8, 8, 9, 9, 9, 8.

[8,6; 9; 9]

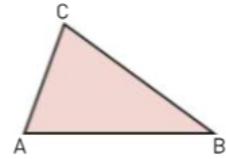
## Triangoli, lati, angoli

> Teoria a pagina **653**

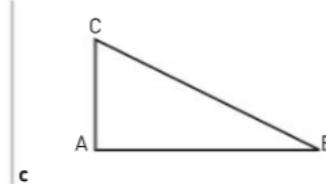
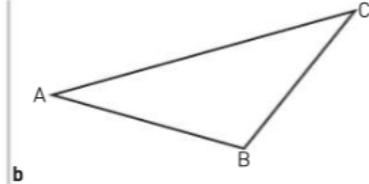
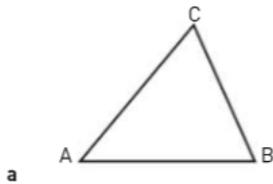
**1** **COMPLETA** ciascuna delle seguenti frasi riferendoti al triangolo in figura.

•○○

- Il vertice  $C$  è  al lato  $AB$ .
- L'angolo  $\widehat{CBA}$  è  al lato  $CB$ .
- L'angolo  è opposto al lato  $AC$ .
- L'angolo  $\widehat{ACB}$  è compreso tra i lati  e .



Con riferimento ai triangoli della figura, risolvi i seguenti esercizi.



**2** In ogni triangolo colora il lato opposto al vertice  $B$ .

•○○

**4** In ogni triangolo colora l'angolo compreso fra i lati  $AB$  e  $BC$ .

•○○

**3** In ogni triangolo colora gli angoli adiacenti al lato  $AB$ .

•○○

**5** In ogni triangolo disegna un angolo esterno di vertice  $A$ .

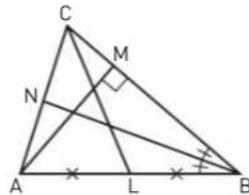
•○○

## Bisettrici, mediane, altezze

> Teoria a pagina **654**

**7** Per ciascuno dei segmenti  $CL$ ,  $AM$  e  $BN$  in figura, indica se è mediana, altezza o bisettrice. Per la mediana e l'altezza, specifica i lati a cui sono relativi; per la bisettrice, indica l'angolo.

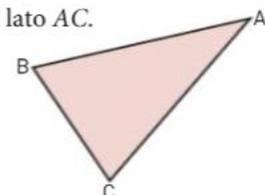
•○○



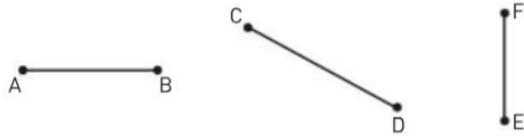
**8** Nel triangolo della figura traccia:

•○○

- la mediana relativa al lato  $CB$ ;
- la bisettrice di  $\widehat{ACB}$ ;
- l'altezza relativa al lato  $AB$ ;
- l'altezza relativa al lato  $AC$ .



**11** ●○○ Costruisci un triangolo scaleno su ogni segmento disegnato.



**12** ●○○ Con riga e compasso costruisci un triangolo equilatero e uno isoscele sul segmento in figura.



**13** ●○○ Disegna, se possibile, un triangolo:

- |                          |                         |
|--------------------------|-------------------------|
| a. ottusangolo isoscele; | c. rettangolo isoscele; |
| b. acutangolo scaleno;   | d. rettangolo scaleno.  |

**14** ●○○ **FAI UN ESEMPIO** Ciascuna delle seguenti affermazioni è *falsa*. Fai un disegno che lo dimostri.

- |   |  |
|---|--|
| a. Un triangolo scaleno non è mai rettangolo.   | c. Un triangolo rettangolo non è mai isoscele. |
| b. Un triangolo acutangolo è sempre equilatero. | d. Un triangolo ottusangolo è sempre scaleno.  |