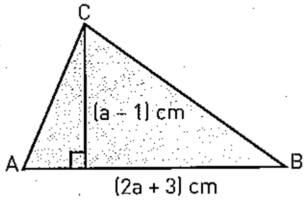
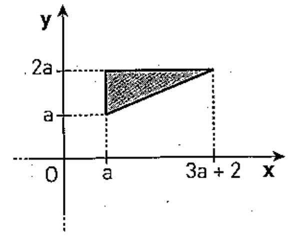
U & MATHS Find the values of $a$ such that riangle shown below has an area between :m$^2$ and 3,5 cm$^2$ (excluding the extreme es).




$[1{,}5\ \text{cm} < a < 2\ \text{cm}]$

**526** LEGGI IL GRAFICO Considera il triangolo in figura e determina per quali valori positivi di $a$ la sua area è compresa strettamente tra 2 e 12.




$[1 < a < 3]$

## con disequazioni fratte

lvi il sistema $\begin{cases} 3x^2+10x-8>0 \\ \dfrac{2x}{4-x} \le 0 \end{cases}$ $[x < -4 \vee x > 4]$

**PASSI**

Risolvi le due disequazioni, costruendo per la seconda il quadro dei segni e prendendo gli intervalli in :ui $\frac{N}{D} \le 0$.

Compila lo schema delle soluzioni delle due disequazioni.

Deduci le soluzioni del sistema mediante l'intersezione dei due insiemi soluzione.

**eguenti sistemi.**

$\frac{1}{-2} \ge 0$; $^2 - 11y > 42$ $[y > 6]$

$\frac{-2}{+1} \ge 0$; $^2 + 6x + 1 > 0$ $[x < -1]$

$\frac{+4}{x} \le 0$; $-6x \ge 0$ $[-2 \le x < 0]$

$\frac{-6x+5}{6x} \ge 0$; $-1 > 0$ $\left[\frac{1}{2} < x \le 1 \vee x \ge 5\right]$

$^2 - \sqrt{3}x - 3 \ge 0$; $\frac{-3}{+1} < 0$ $\left[x < -\sqrt{3} \vee -1 < x \le -\frac{\sqrt{3}}{2}\right]$

$\frac{10}{-1} > \frac{a^2-7a}{1-a}$; $< 9$ $[1 < a < 2]$

$:+7 > (3x+7)^2$; $\frac{1}{-\sqrt{3}} > x$ $\left[-\frac{7}{3} < x < -2\right]$

**536** $\begin{cases} -x^2+3x+4<0 \\ x-1 \ge \dfrac{8-4x}{x-2} \end{cases}$ $[-3 \le x < -1 \vee x > 4]$

**537** $\begin{cases} \dfrac{x^2}{4x^2-1} \ge \dfrac{1}{4} \\ x^2-9x \le 0 \end{cases}$ $\left[\frac{1}{2} < x \le 9\right]$

**538** $\begin{cases} 2x^2-15x-8 \le 0 \\ \dfrac{x^2}{x-x^2} \le \dfrac{1}{x-1} \end{cases}$ $[1 < x \le 8]$

**539** $\begin{cases} \dfrac{2}{2-x} < \dfrac{1}{x^2-x-2} \\ x^2+2x > 3 \end{cases}$ $[x > 2]$

**540** $\begin{cases} \dfrac{7}{x-3} \le 4x \\ x^2-2x < 10(-x+2) \end{cases}$ $\left[-\frac{1}{2} \le x < 2\right]$

**541** $\begin{cases} \dfrac{1}{x^2-4} \ge \dfrac{1}{x^2+2x} \\ (1-x)^2+2 > -x^2+2x \end{cases}$ $[-2 < x < 0 \vee x > 2]$

**542** $\begin{cases} \dfrac{3(2-x)^2}{x} - 1 \ge 2x \\ x(8-x) \ge 7 \end{cases}$ $[x = 1]$



**544** $\begin{cases} \dfrac{x-7}{x+3} < 0 \\ \left(x+\dfrac{3}{2}\right)^2 - 3x(4+x) \ge \dfrac{25}{4} \end{cases}$ $\left[-3 < x \le -\frac{1}{2}\right]$

**545** $\begin{cases} \dfrac{x+2}{x-1} - \dfrac{x-5}{x+3} \ge \dfrac{x+1}{x^2+2x-3} \\ 2x^2-3x+1 \le 0 \end{cases}$ [impossibile]

**546** $\begin{cases} \dfrac{x^2-3x}{2-x} > 0 \\ \dfrac{3x}{x+4} < 0 \end{cases}$ $[-4 < x < 0]$

**547** AL VOLO $\begin{cases} \dfrac{x^2-7}{4+x^2} < 0 \\ \dfrac{x^2+6x+9}{x^2-7} > 0 \end{cases}$

**548** $\begin{cases} \dfrac{3}{x-2} > 1 \\ \dfrac{x-5}{x-x^2} < 0 \end{cases}$ [impossibile]

**549** $\begin{cases} \dfrac{3}{2x} - \dfrac{5}{x+1} > 0 \\ \dfrac{-2x}{x^2+4} \le 0 \end{cases}$ $\left[0 < x < \frac{3}{7}\right]$

**550** $\begin{cases} \dfrac{x^2-3x}{x+2} > 0 \\ \dfrac{3}{x} + 2 > 0 \end{cases}$ $\left[-2 < x < -\frac{3}{2} \vee x > 3\right]$

**551** $\begin{cases} \dfrac{1-x}{2x-3} > 1 \\ \dfrac{x}{x-2} \ge \dfrac{2x-1}{x} \end{cases}$ [impossibile]

**552** $\begin{cases} 3 \ge \dfrac{x^2}{3} \\ x^2 \ge 4(x-1) \\ \dfrac{3x}{x-2} \ge 1 \end{cases}$ $[-3 \le x \le -1 \vee 2 < x \le 3]$

**553** $\begin{cases} x^2-6x<0 \\ \dfrac{x}{2} \ge 1 \\ \dfrac{2}{3x-6} < -\dfrac{1}{x} \end{cases}$ [impossibile]

**554** AL VOLO $\begin{cases} \dfrac{1}{x^2+4x+4} > 0 \\ \dfrac{3x}{-x^2-5} > 0 \end{cases}$

**555** $\begin{cases} \dfrac{1}{x^2+1} < 1 \\ \dfrac{x+1}{2-x^2} < 2 \end{cases}$ $\left[x < -\frac{3}{2} \vee -\sqrt{2} < x < 1 \vee x > \sqrt{2} \wedge x \ne 0\right]$

**556** $\begin{cases} \dfrac{x^2-x}{x+2} \ge 2 \\ \dfrac{9-x^2}{3x-x^2-3} < 0 \end{cases}$ $[-2 < x \le -1]$

**557** $\begin{cases} \dfrac{24}{x^2-4} > \dfrac{3x}{x-2} \\ \dfrac{16}{x-1} - \dfrac{3x}{1-x} \ge 0 \end{cases}$ [impossibile]

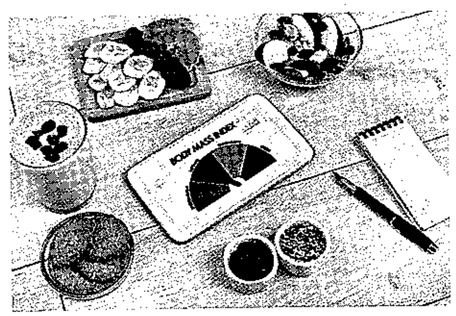
**558** $\begin{cases} \dfrac{x+6}{5x} \ge \dfrac{x}{5} \\ (x-3)^2+3x^2-2 \le (2x-1)^2 \\ (x+3)^2 > x^2-7x+9-(1-13x) \end{cases}$ $[x = 3]$

**559** $\begin{cases} \dfrac{-x^2+3x+4}{x} \ge 0 \\ \dfrac{3-x}{x-2} \le \dfrac{1-x}{x} \end{cases}$ $[0 < x < 2]$

**560** $\begin{cases} \dfrac{x}{x-5} \le 3 \\ \dfrac{x^2-2x+1}{2-x} \le 0 \end{cases}$ $\left[x = 1 \vee 2 < x < 5 \vee x \ge \frac{15}{2}\right]$

**561** MEDICINA La valutazione della forma fisica di una persona può essere stimata approssimativamente con l'indice di massa corporea, BMI (dall'inglese *Body Mass Index*). Se $m$ è la massa dell'individuo, in kilogrammi, e $h$ è la sua altezza, in metri, l'indice di massa corporea, in kg/m$^2$, è: $\text{BMI} = \frac{m}{h^2}$.

Una persona è normopeso se il BMI è compreso tra 18,5 e 24,9. Se un individuo ha una massa di 60 kg, quanto dovrebbe essere alto per essere considerato normopeso? [da 1,55 m a 1,80 m]



**IN 3 PASSI**

è nota, mentre $h$ è l'incognita del problema, con $h > 0$.

ESERCIZI

**Risolvi le seguenti disequazioni.**

**93** $\frac{7}{2}-\frac{3}{4}x>3+x$ $\left[x<\frac{2}{7}\right]$

**94** $\frac{1}{3}x-\frac{1}{5}\leq\frac{2}{3}+x$ $\left[x\geq-\frac{13}{10}\right]$

**95** $-\frac{2}{3}\left(x+\frac{1}{4}\right)\geq 1$ $\left[x\leq-\frac{7}{4}\right]$

**96** $2x-\frac{1}{6}<\frac{5}{3}+\frac{x}{6}$ $[x<1]$

**97** $\frac{2}{3}(1-3x)<x+\frac{1}{3}$ $\left[x>\frac{1}{9}\right]$

**98** $\frac{3}{2}x+2\geq\frac{2x+1}{8}$ $\left[x\geq-\frac{3}{2}\right]$

**99** $\frac{x-4}{4}-\frac{1+x}{2}\geq 1$ $[x\leq 10]$

**100** $\frac{5}{8}x+4\geq\frac{x+3}{2}-\frac{1}{4}$ $[x\geq-22]$

**101** $k+\frac{1}{9}\left(3k-\frac{3}{2}\right)\geq-2\left(\frac{k}{2}+3\right)$ $\left[k\geq-\frac{5}{2}\right]$

**102** $\frac{4}{5}-\frac{x+7}{10}>-\left(2-\frac{x+4}{2}\right)$ $\left[x<\frac{1}{6}\right]$

**103** $\frac{x+1}{2}-\frac{3x-1}{4}>1+x$ $\left[x<-\frac{1}{5}\right]$

**104** $\frac{4-3x}{5}+\frac{x}{2}\leq\frac{x-1}{10}-2$ $\left[x\geq\frac{29}{2}\right]$

**105** $1-\frac{11-x}{12}>\frac{x+3}{4}-\frac{2(x+1)}{3}$ $[x>0]$

**106** $\frac{2y+1}{15}-3\geq\frac{4}{5}+y-\frac{y}{3}$ $[y\leq-7]$

**107** $\frac{1}{3}(1+x)<\frac{5x-2}{6}-\frac{x}{2}$ [impossibile]

**108** $-\frac{2+x}{3}+x^2<(x+1)(x-1)+\frac{5}{6}x$ $\left[x>\frac{2}{7}\right]$

**109** $\left(y+\frac{1}{2}\right)\left(y-\frac{1}{2}\right)+3y\left(2-\frac{1}{3}y\right)\geq 8$ $\left[y\geq\frac{11}{8}\right]$

**110** $2x(x+2)-\frac{1}{2}x(2x-3)>x^2+x+1$ $\left[x>\frac{2}{9}\right]$

**111** $3-\left(-x^2+\frac{1}{4}\right)\geq\frac{1}{2}\left(\frac{3}{2}+x\right)(2x-3)$ $[\forall x\in\mathbb{R}]$

**112** $\frac{a}{2}\left(\frac{1}{3}a+1\right)+\frac{5}{6}(a-2)^2\leq 3+a^2$ $\left[a\geq\frac{2}{17}\right]$

**113** $\frac{x-\frac{1}{3}}{4}-\frac{7x}{\frac{1}{4}+5}-\frac{1}{4}x\leq x$ $\left[x\geq-\frac{1}{28}\right]$

**114** $\frac{2x+7}{5}-\frac{3(3x-2)}{10}<-\frac{8x}{15}$ $[x<-60]$

**115** $\frac{x+5}{3}+\frac{7-x}{6}+x^2<(x+1)(x-1)$ $[x<-23]$

**116** $\left(\frac{x-5}{2}+x\right)^2-\frac{1}{4}(3x+1)^2>-3$ $[x<1]$

**117** $x^2-\frac{2}{3}-0,4(x+2)<x(x-0,\bar{3})-1$ $[x>-7]$

**118** $\left(\frac{1}{2}x-1\right)^2-\frac{1}{4}(x-1)(x+1)\leq 5-x$ $[\forall x\in\mathbb{R}]$

**119** $\left(\frac{x}{3}-\frac{1}{2}\right)^2-\left(\frac{4x-1}{3}\right)^2\leq-\frac{5}{3}x^2$ $\left[x\leq-\frac{1}{4}\right]$

**120** $2\left[\frac{4}{3}x+\frac{1}{6}-2\left(\frac{1}{3}x-1\right)\right]\leq 1+\frac{8}{3}x$ $\left[x\geq\frac{5}{2}\right]$

---

**121** $4-\left(\frac{1}{2}-x+x^2\right)>1+x^2-x\left(2x-\frac{1}{2}\right)$ $[x>-5]$

**122** $1-x\left(x+\frac{1}{3}\right)+x\left(\frac{1}{6}+x\right)<-\left\{x+2\left[x+3\left(x-\frac{1}{6}\right)\right]\right\}$ $[x<0]$

**123** $\frac{1}{3}(3x+1)+\frac{1}{2}(x-2)(3-2x)<-\left(x+\frac{3}{2}\right)^2$ $\left[x<\frac{1}{18}\right]$

**124** $\frac{3}{4}(x+7)(1-2x)-\frac{1}{2}(x-1)^2\geq-2(x+3)^2$ $[x\geq-7]$

**125** $\frac{2}{5}\left[2\left(x+\frac{1}{3}\right)\left(x+\frac{3}{2}\right)-(x+1)^2\right]-2x\left(\frac{1}{5}x-\frac{1}{3}\right)\geq 0$ $[x\geq 0]$

**126** $\frac{(x+3)^3}{3}\geq\frac{(2x-3)^2}{2}+\frac{x^2}{3}(x+3)$ $\left[x\geq-\frac{3}{10}\right]$

**127** $\frac{\left(x-\frac{1}{3}\right)^2}{3}+\frac{1}{4}\left(-x-\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{1}{2}\right)-\frac{x^2-2}{12}<-\frac{2}{9}x$ [impossibile]

ESERCIZI

**Risolvi le seguenti disequazioni.**

**430** $\frac{1}{5}+\frac{6}{x-3}\le\frac{7}{5x-15}$ $[-20\le x<3]$

IN 2 PASSI

1. Trasporta tutti i termini al primo membro e calcola la somma delle frazioni, per portare la disequazione in forma normale $\frac{A(x)}{B(x)}\le 0$.
2. Risolvi la disequazione $\frac{A(x)}{B(x)}\le 0$.

**431** $\frac{4}{3x}\le\frac{1}{9}$ $[x<0\vee x\ge 12]$

**432** $\frac{x-5}{2x-8}\le\frac{1}{2}$ $[x>4]$

**433** $\frac{x-9}{3-x}\le 7$ $\left[x<3\vee x\ge\frac{15}{4}\right]$

**434** $2>\frac{6x+28}{x+2}$ $[-6<x<-2]$

**435** $\frac{x^2+3}{x+1}<\frac{7x-2}{7}$ $\left[x<-1\vee x>\frac{23}{5}\right]$

**436** $\frac{1-3x}{6-2x}+\frac{4}{x-3}\ge\frac{3}{2}$ $[x>3]$

**437** $\frac{6x-5}{2-x}>-2+\frac{4}{x-2}$ $\left[-\frac{3}{4}<x<2\right]$

**438** $\frac{3x-5}{2x-6}>\frac{x}{x-3}$ $[x<3\vee x>5]$

**439** $\frac{4-x^2}{x}>\frac{1-2x}{2}$ $[0<x<8]$

**440** $\frac{x}{2x-10}\le\frac{x+5}{5-x}-1$ $[0\le x<5]$

**441** $\frac{2x-1}{4x+5}>\frac{2}{3}$ $\left[-\frac{13}{2}<x<-\frac{5}{4}\right]$

**442** $\frac{3x-5}{2x-4}<\frac{x}{x-2}-3$ $\left[2<x<\frac{17}{7}\right]$

**443** $-\frac{1}{3x-9}+\frac{x}{x-3}<-\frac{3x-1}{2x-6}$ $\left[\frac{1}{3}<x<3\right]$

**444** $-\frac{4x}{x-5}>\frac{3x+1}{3x-15}$ $\left[-\frac{1}{15}<x<5\right]$

**445** $\frac{7}{8x-10}-\frac{4x}{5-4x}<0$ $\left[-\frac{7}{8}<x<\frac{5}{4}\right]$

**446** $\frac{1-5x}{5+x}+3\le 0$ $[x<-5\vee x\ge 8]$

**PIT STOP** 5 DISEQUAZIONI NON RIDOTTE A FORMA NORMALE IN PIÙ

Vuoi vedere subito se il passaggio è giusto o sbagliato? Vai sul Tutor e fai l'esercitazione con il Checker.

TUTOR matematica http://su.zanichelli.it/tutor risorsa riservata a chi ha acquistato l'edizione con Tutor

**447** $\frac{2x-5}{-x+1}-\frac{3-x}{x-1}<0$ $[x<1\vee x>2]$

**448** $\frac{4x-5}{2-x}+3\ge 0$ $[-1\le x<2]$

**449** $\frac{6x-1}{2x-3}-\frac{2}{3-2x}\ge\frac{5}{6-4x}$ $\left[x\le-\frac{7}{12}\vee x>\frac{3}{2}\right]$

**450** $\frac{1}{4-x}\ge\frac{4+x}{4x-16}$ $[-8\le x<4]$

**451** $\frac{1}{7x-1}<\frac{7x}{14x-2}$ $\left[x<\frac{1}{7}\vee x>\frac{2}{7}\right]$

**452** $\frac{x+2}{6-2x}<-\frac{x+4}{x-3}$ $[-6<x<3]$

**453** $\frac{x^2}{5-x}+x>-1$ $\left[-\frac{5}{4}<x<5\right]$

**454** $\frac{1-7x}{6x+6}-\frac{2x+1-x^2}{3+3x}\le\frac{x}{3}$ $\left[x<-1\vee x\ge-\frac{1}{13}\right]$

**455** $\frac{x-1}{2}+\frac{6x}{x+1}>3$ $[-7<x<-1\vee x>1]$

**456** $\frac{2}{2x-1}\le\frac{1}{x+3}$ $\left[-3<x<\frac{1}{2}\right]$

**457** $-\frac{1}{2}\ge\frac{x^3-6x^2+6x-14}{2x^2-32}$ $[x<-4\vee 4<x\le 5]$

**458** $\frac{1}{38x}\left(3+\frac{1}{6}\right)-\frac{4x-1}{x}\cdot\frac{1}{4}\le\frac{1}{6}$ $\left[x<0\vee x\ge\frac{2}{7}\right]$

**459** $\frac{2+x}{4x-2}+\frac{1}{2x-1}+\frac{2x+4}{3-6x}\ge 0$ $\left[\frac{1}{2}<x\le 4\right]$

**460** $-2+\frac{3}{4x+5}>-\frac{10x}{12x+15}$ $\left[-\frac{3}{2}<x<-\frac{5}{4}\right]$

**461** $\frac{5}{x-3}-\frac{2}{x-1}+\frac{3}{6-2x}\le 0$ $\left[x\le-\frac{5}{3}\vee 1<x<3\right]$

ESERCIZI

**479** $\begin{cases} 2 - x \leq 0 \\ \dfrac{\frac{5}{2} - x}{4 - x} \geq 0 \end{cases}$ $\left[2 \leq x \leq \frac{5}{2} \vee x > 4\right]$

**480** $\begin{cases} \dfrac{3x - 1}{x + 1} \leq 3 \\ 4x \leq -(x + 3) \end{cases}$ $\left[-1 < x \leq -\frac{3}{5}\right]$

**481** $\begin{cases} 2x < 4 \\ \dfrac{3x^2 - 7x}{x^2 + 4} \leq 0 \end{cases}$ $[0 \leq x < 2]$

**482** $\begin{cases} \dfrac{1}{1 - x} + \dfrac{2}{x - 1} > 1 \\ \dfrac{2}{1 - x} \leq 0 \end{cases}$ $[1 < x < 2]$

**483** $\begin{cases} \dfrac{x + 1}{x + 3} \geq 0 \\ \dfrac{x + 3}{x^2} > 0 \end{cases}$ $[x \geq -1 \wedge x \neq 0]$

**484** $\begin{cases} \dfrac{x - 2}{x + 5} \geq 0 \\ \dfrac{2x}{x - 6} < 0 \end{cases}$ $[2 \leq x < 6]$

**485** $\begin{cases} \dfrac{5}{x} \geq 0 \\ \dfrac{3}{x + 2} \geq 1 \end{cases}$ $[0 < x \leq 1]$

**486** $\begin{cases} \dfrac{-12x + 4}{15x} > -1 \\ -\dfrac{x}{3 - x} < 0 \end{cases}$ $[0 < x < 3]$

**487** $\begin{cases} \dfrac{4x^2 - 4x + 1}{x^2 - 4x} < 0 \\ \dfrac{1}{x} \leq 4 \\ 9 < x^2 \end{cases}$ $[3 < x < 4]$

**488** $\begin{cases} \dfrac{3x - 1}{x^2 - 2x} < 0 \\ \dfrac{2x^2 + 3x}{x^3} > 0 \end{cases}$ $\left[-\frac{3}{2} < x < 0 \vee \frac{1}{3} < x < 2\right]$

**489** $\begin{cases} \dfrac{x^2 - 1}{2x - 1} \leq 0 \\ \dfrac{4x - 8}{x^2 - x - 6} > 0 \end{cases}$ $\left[-2 < x \leq -1 \vee \frac{1}{2} < x \leq 1\right]$

**490** $\begin{cases} 3x < -9 \\ \dfrac{16x^2 + 25}{x^2 + 6x + 9} - \dfrac{8}{x + 3} \leq 0 \end{cases}$ [impossibile]

**491** $\begin{cases} \frac{1}{2}(x + 1) - x\left(x - \frac{1}{2}\right) < (1 - x)(x - 3) \\ \dfrac{x}{x - 3} + \dfrac{2x - 1}{2x - 6} > 2 \end{cases}$ $[x > 3]$

**492** Trova $k$ in modo che per la funzione $F(x) = \dfrac{x - 2k}{x + 3}$ sia $F(1) = -3$. Determina poi per quali valori di $x$ si ha: $-1 < F(x) < 2$. $\left[\frac{13}{2}; x < -19 \vee x > 5\right]$

# 8. Disequazioni letterali

**ATTIVITÀ INTERATTIVA**

→ Teoria a pagina **435**

**493** **VERO O FALSO?**

a. Se $a \neq 0$, la disequazione $ax > 2a$ nell'incognita $x$ ha come soluzione $x > 2$. V F

b. Se $a = 0$, la disequazione $ax \geq -4$ nell'incognita $x$ ha come soluzione solo $x = 0$. V F

c. Le disequazioni $a^2x < a^2$ nell'incognita $x$ e $x < 1$ sono equivalenti. V F

d. La disequazione $(a^2 + 1)x \geq 0$ nell'incognita $x$ ha come soluzione $x \geq 0 \; \forall a \in \mathbb{R}$. V F

**494** **SPIEGALO TU** Paola: «La disequazione $8x < a$ ha per soluzione $x < \frac{a}{8}$». Tony: «La disequazione $ax < 8$ ha per soluzione $x < \frac{8}{a}$». Chi ha ragione?

[ha ragione Paola; Tony non tiene in considerazione i casi $a < 0$ e $a = 0$]

**COME SI FA**

► **Risolviamo la disequazione nell'incognita $x$ al variare del parametro $a$ in $\mathbb{R}$:**

$$\boldsymbol{a(4x + 7) < -4(x + 2)(a + 2) - a.}$$

Svolgiamo i calcoli per scrivere la disequazione nella forma $Ax < B$.

$$a(4x + 7) < -4(x + 2)(a + 2) - a \rightarrow 4ax + 7a < -4ax - 8x - 8a - 16 - a \rightarrow$$

$$4ax + 4ax + 8x < -8a - 16 - a - 7a \rightarrow 8ax + 8x < -16a - 16 \rightarrow (a + 1)x < -2(a + 1)$$

# ALLENATI SULLE COMPETENZE

## Utilizzare tecniche e procedure di calcolo

**Risolvi le seguenti disequazioni numeriche intere.**

**1** $x-3(x-5)+4(x-1)<3(1-2x)-6(-1-x)$ $[x<-1]$

**2** $(x-2)(x+2)-\frac{1}{2}(x+1)^2<2\left(\frac{1}{2}x-3\right)^2-5$ $\left[x<\frac{7}{2}\right]$

**3** $\frac{5x-1}{3}+\frac{1-5x}{2}\geq\frac{(x+2)^2}{6}-\left(\frac{1}{2}x-3\right)\left(\frac{1}{3}x-2\right)$ $\left[x\leq\frac{11}{7}\right]$

**4** $(z-5)(2z-1)^2-4z(z^2-5z)>-4z^2+21z$ [impossibile]

**5** $\frac{(x-3)^2}{3}-\frac{(2x-1)^2}{12}\geq 2+\frac{x-4}{4}$ $[x\leq 1]$

**6** $-(y+2)(3+y)>(2-y)^3+(y+1)(4-y)^2$ $[y<-30]$

**7** $(8-t)^2-(t+5-t^2)^2+(t^2+1)^2-2t(t^2+6t-13)>21$ $[\forall t\in\mathbb{R}]$

**Risolvi le seguenti disequazioni numeriche fratte.**

**8** $\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}\geq 0$ $[x\geq -1\wedge x\neq 0]$

**9** $\frac{4}{2-3x}\geq\frac{3}{4-x}$ $\left[-2\leq x<\frac{2}{3}\vee x>4\right]$

**10** $\frac{1}{1-2x}+\frac{x+2}{2x-1}>-1$ $\left[x<0\vee x>\frac{1}{2}\right]$

**11** $\frac{2x+1}{2x}+\frac{3}{x}\leq\frac{x-4}{4x}$ $[-6\leq x<0]$

**12** $\frac{x-3}{2x-1}+\frac{4}{6x-3}-1+\frac{x+3}{1-2x}>0$ $\left[-\frac{11}{6}<x<\frac{1}{2}\right]$

**13** $\frac{2}{x^2-5x+4}+\frac{2-x}{4-x}>\frac{5-x}{1-x}$ $\left[1<x<\frac{8}{3}\vee x>4\right]$

**Risolvi i seguenti sistemi di disequazioni.**

**14** $\begin{cases}(a+1)(a-2)\leq a^2+1\\ 7a+5(a-3)<12a\end{cases}$ $[a\geq -3]$

**15** $\begin{cases}2(x-3)\leq 5(x-1)+2\\ \frac{1}{x-1}<0\end{cases}$ $[-1\leq x<1]$

**16** $\begin{cases}\frac{3}{x+1}\leq 0\\ 3-\frac{x}{2+x}>0\end{cases}$ $[x<-3\vee -2<x<-1]$

**17** $\begin{cases}\frac{x+3}{2-x}>0\\ -3x-9\leq 0\end{cases}$ $[-3<x<2]$

**Risolvi le seguenti disequazioni letterali intere nell'incognita x al variare del parametro in $\mathbb{R}$.**

**18** $6x-a<2ax+3a+4$ $\left[a<3: x<\frac{2a+2}{3-a}; a>3: x>\frac{2a+2}{3-a}; a=3: \forall x\in\mathbb{R}\right]$

**19** $(2a+5)x+5>a-(3a-15)x$ $\left[a>2: x>\frac{a-5}{5(a-2)}; a<2: x<\frac{a-5}{5(a-2)}; a=2: \forall x\in\mathbb{R}\right]$

a. $\begin{cases} y = x + 3 \\ y = -2x \end{cases}$

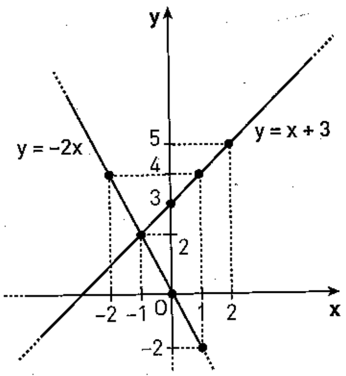
Tracciamo i grafici di $y = x + 3$ e di $y = -2x$ segnando alcuni punti.

$y = x + 3$

| x | −1 | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|---|
| y | 2 | 3 | 4 | 5 |

$y = -2x$

| x | −2 | −1 | 0 | 1 |
|---|---|---|---|---|
| y | 4 | 2 | 0 | −2 |




Le rette sono *incidenti*, quindi il sistema è *determinato*.
Ha soluzione $(-1; 2)$.

b. $\begin{cases} x - y = 2 \\ 3x = 3y - 9 \end{cases}$

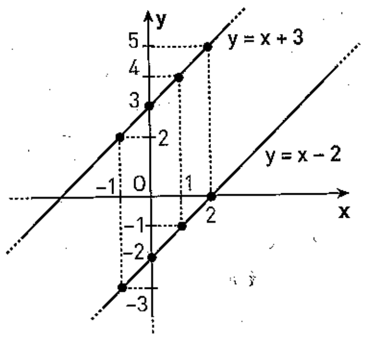
Mettiamo le equazioni nella forma $y = mx + q$ e tracciamo i grafici.

$x - y = 2 \rightarrow y = x - 2$

| x | −1 | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|---|
| y | −3 | −2 | −1 | 0 |

$3x = 3y - 9 \rightarrow y = x + 3$

| x | −1 | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|---|
| y | 2 | 3 | 4 | 5 |




Le rette sono *parallele* e *distinte*, quindi il sistema è *impossibile*.

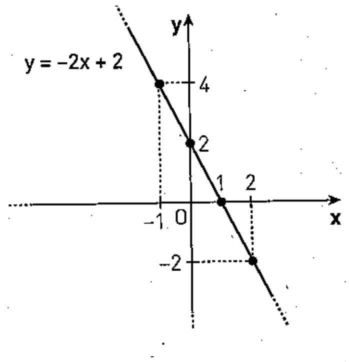
c. $\begin{cases} 2x + y = 2 \\ 2y = -4x + 4 \end{cases}$

Le due equazioni sono espressioni diverse della stessa funzione lineare.

$2x + y = 2 \rightarrow y = -2x + 2$

$2y = -4x + 4 \rightarrow y = -2x + 2$

| x | −1 | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|---|
| y | 4 | 2 | 0 | −2 |




Le rette sono *coincidenti*, quindi il sistema è *indeterminato*.

**Interpreta graficamente i sistemi e indica se sono determinati, impossibili o indeterminati.**

**48** ★☆☆ $\begin{cases} y = -x \\ 4x - y = 0 \end{cases}$

**50** ★☆☆ $\begin{cases} x + y = 3 \\ x - y = 0 \end{cases}$

**52** ★☆☆ $\begin{cases} x = 5y - 2 \\ y = x - 2 \end{cases}$

**54** ★☆☆ $\begin{cases} 3y = 9 \\ 2y + x = 0 \end{cases}$

**49** ★☆☆ $\begin{cases} 2x - y + 4 = 0 \\ y = 6x \end{cases}$

**51** ★☆☆ $\begin{cases} x - 4 = 0 \\ x + y = 1 \end{cases}$

**53** ★☆☆ $\begin{cases} 3y + x = 2 \\ 2x + 6y = 4 \end{cases}$

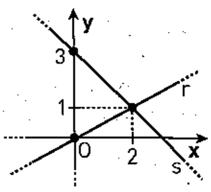
**55** ★☆☆ $\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x = 6 + 2y \end{cases}$

**Verifica graficamente che i due sistemi sono equivalenti.**

**56** ★★☆ $\begin{cases} y - x = 2 \\ x - 3y = 6 \end{cases}$ e $\begin{cases} x = 2y + 2 \\ \frac{1}{4}y + 1 = 0 \end{cases}$

**57** ★★☆ $\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x - y = 0 \end{cases}$ e $\begin{cases} y = 3x - 1 \\ x = y - 1 \end{cases}$

**58** ★☆☆ **LEGGI IL GRAFICO** Scrivi il sistema di equazioni che ha per rappresentazione grafica quella della figura e indica la sua soluzione.




**IN 3 PASSI**

1. Determina l'espressione analitica della retta $r$ nella forma $y = mx + q$: osserva che $q$ è 0 e poi sostituisci le coordinate del punto (2; 1).
2. Trova nello stesso modo l'equazione di $s$ che ha $q = 3$ e passa per (2; 1).
3. Scrivi il sistema delle equazioni di $r$ e $s$ e indica la soluzione leggendola dal grafico.

$\left[\begin{cases} y = \frac{1}{2}x \\ y = -x + 3 \end{cases}; (2; 1)\right]$

**Esercizi da 48 a 55:** Lo studente può verificare i risultati con GeoGebra.

**224** Data l'equazione $(a-2)x-2y-1=0$, trova per quale valore di $a$ rappresenta una retta:

a. parallela all'asse $x$;
b. parallela all'asse $y$;
c. parallela alla retta di equazione $2x-y+1=0$;
d. perpendicolare alla retta di equazione $6x+3y+4=0$.

[a) 2; b) $\nexists\, a \in \mathbb{R}$; c) 6; d) 3]

**225** Calcola per quali valori di $k$ la retta di equazione $(3-k)y+2x+1=0$:

a. passa per il punto $P(-3;2)$;
b. è parallela all'asse $y$;
c. è parallela all'asse $x$;
d. è perpendicolare alla retta di equazione $7x-4y+4=0$.

[a) $\frac{1}{2}$; b) 3; c) $\nexists k$; d) $-\frac{1}{2}$]

**226** Calcola per quali valori di $k$ la retta di equazione $(k-2)x+(3-k)y+7=0$:

a. è perpendicolare alla bisettrice del primo e terzo quadrante;
b. è perpendicolare alla retta $10x+3y=0$.
c. ha coefficiente angolare positivo;

[a) $\frac{5}{2}$; b) $\frac{11}{7}$; c) $k<2 \vee k>3$]

**227** VERIFICA CON GEOGEBRA Determina per quali valori di $k$ la retta di equazione $-(1+k)y+2x-k=0$:

a. passa per l'origine;
b. è parallela alla retta $-3x-y=2$;
c. è perpendicolare alla retta $y=x$.

In corrispondenza dei valori di $k$ trovati, rappresenta le rette con GeoGebra e verifica che soddisfano le proprietà richieste.

[a) 0; b) $-\frac{5}{3}$; c) $-3$]

**228** Calcola per quali valori di $a$ la retta di equazione

$$(a+2)x-2ay+3-a=0:$$

a. è parallela all'asse $x$;
b. è perpendicolare alla retta $y=\frac{5}{4}x$;
c. ha coefficiente angolare negativo;
d. è parallela alla retta di equazione $\sqrt{3}x-\sqrt{27}y+\sqrt{2}=0$.

[a) $-2$; b) $-\frac{10}{13}$; c) $-2<a<0$; d) $-6$]

**229** Determina il valore del parametro $k$ in modo che la retta di equazione $(2k+4)x-6ky+5=0$:

a. sia perpendicolare alla retta $2x-6y+8=0$;
b. passi per l'origine degli assi;
c. sia parallela alla retta $kx-(3k+5)y+2k=0$;
d. sia parallela alla retta $3-11y=0$.

[a) $-\frac{1}{5}$; b) $\nexists\, k \in \mathbb{R}$; c) $-\frac{10}{11}$; d) $-2$]

## Intersezione di due rette

**230** Disegna le rette di equazioni $y=-6x+1$ e $3x-y=8$ e calcola le coordinate del loro punto di intersezione. [$(1;-5)$]

**Rappresenta graficamente i seguenti sistemi e determina le loro soluzioni.**

**231** $\begin{cases} x-3y+2=0 \\ 2x+y=-\frac{5}{3} \end{cases}$ [rette incidenti: $\left(-1;\frac{1}{3}\right)$]

**232** $\begin{cases} x=\frac{7}{2}y-1 \\ 7y-2x-4=0 \end{cases}$ [rette parallele: impossibile]

**233** $\begin{cases} 2x-1=0 \\ y+4x=7 \end{cases}$ [rette incidenti: $\left(\frac{1}{2};5\right)$]

**234** $\begin{cases} 6x-2y=3 \\ \frac{2x-1}{2}=\frac{y}{3} \end{cases}$ [rette coincidenti: indeterminato]

**235** $\begin{cases} y=\frac{x+5}{2} \\ 2y-x=-2 \end{cases}$ [rette parallele: impossibile]

**236** $\begin{cases} y+1=2(x-2) \\ \frac{1}{4}(x+8)=y \end{cases}$ [rette incidenti: $(4;3)$]

**237** ★☆☆ **TEST** È dato un sistema di primo grado di due equazioni nelle incognite $x$ e $y$. Se il sistema è impossibile, che cosa si può dire delle due rette che lo rappresentano?

A Sono coincidenti.
C Sono parallele.
B Sono perpendicolari.
D Una di esse è parallela all'asse $y$.

**Indica la posizione reciproca delle seguenti coppie di rette e trova le coordinate dell'eventuale punto di intersezione.**

**238** ★☆☆ $y = 2x + 8; \quad 10x - 5y + 7 = 0.$ [parallele e distinte]

**239** ★☆☆ $5x - 1 = 2y; \quad 3x - \frac{6y+3}{5} = 0.$ [coincidenti]

**240** ★☆☆ $3y + 6x - 3 = 0; \quad 5x - y = \frac{1}{2}.$ $\left[\text{incidenti in } \left(\frac{3}{14}; \frac{4}{7}\right)\right]$

**241** ★☆☆ $y = 4x - 3; \quad \frac{y}{4} - x = 5.$ [parallele e distinte]

**242** ★☆☆ $\sqrt{6}\,y + x = 0; \quad x - \sqrt{3} = 0.$ $\left[\text{incidenti in } \left(\sqrt{3}; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\right]$

**243** ★☆☆ Sia $A$ il punto di intersezione delle rette di equazioni $y = 8x - 3$ e $2x - 1 = 0$. Scrivi l'equazione della retta passante per l'origine $O$ degli assi e perpendicolare alla retta $OA$. $\left[y = -\frac{1}{2}x\right]$

**244** ★☆☆ Date le rette di equazioni

$$y - x - 5 = 0, \; y = -2x - 1 \text{ e } y - 3x = 9,$$

stabilisci se si intersecano in uno stesso punto e, in caso affermativo, calcola le sue coordinate. $[(-2; 3)]$

**245** ★★☆ Determina l'area del triangolo individuato dalle rette di equazioni

$$3x - y + 2 = 0, \; x + 2y = 4 \text{ e } y = x - 4.$$ [21]

**246** ★★☆ Verifica che le rette di equazioni $x - 2y + 4 = 0$, $y = -2x + 12$, $2y - x = -1$ e $x = \frac{-3-y}{2}$ individuano un rettangolo e determina il suo perimetro e la sua area. $[8\sqrt{5}; 15]$

**247** ★★☆ Considera le rette di equazioni $x - 5y + 4 = 0$, $x + 4 = -y$, $x = 5y + 2$ e $y = 2 - x$. Stabilisci che tipo di quadrilatero individuano e calcola il suo perimetro. $\left[\text{parallelogramma}; 2\sqrt{2}\left(\sqrt{13} + 1\right)\right]$

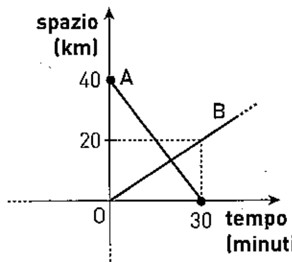
**248** ★★☆ **ESPLORA CON GEOGEBRA** Rappresenta con GeoGebra le rette di equazioni

$$y = \frac{2}{3}x + 5, \qquad 3x = -2y - 4,$$
$$2x + 3y - 18 = 0, \qquad 3y + 6 = 2x.$$

Stabilisci che tipo di quadrilatero individuano e motiva la risposta. [trapezio rettangolo]

**UN PASSO IN PIÙ** Modifica l'equazione di una delle quattro rette in modo che il quadrilatero individuato sia un rettangolo. [modificare la terza in $2y + 3x - 18 = 0$]

**249** ★★★ **FISICA** Il grafico spazio-tempo in figura rappresenta il moto dei treni $A$ e $B$, che partono da due stazioni distanti 40 km e procedono l'uno verso l'altro a velocità costante. Dopo quanto tempo si incontrano e a che distanza da una delle due stazioni?




[dopo 20 minuti; a circa 13,3 km dalla stazione da cui è partito $B$]

**250** ★★☆ Determina per quali valori del parametro $b$, se esistono, le rette di equazioni $x + by - b = 0$ e $(b + 4)x = 5$ si intersecano in un punto:

**a.** di ascissa 1; **b.** appartenente alla retta $x + 5 = 0$.

In entrambi i casi, trova le coordinate di tale punto di intersezione. $[\text{a) } b = 1, (1; 0); \text{ b) } b = -5, (-5; 0)]$

**251** ★★☆ Determina per quale valore del parametro $a$ le rette di equazioni $y + (a - 3)x - \frac{1}{9} = 0$ e $8x + y - a = 0$ si intersecano in un punto:

**a.** dell'asse $y$; **b.** di ascissa $\frac{1}{9}$.

In entrambi i casi, determina le coordinate di tale punto. $\left[\text{a) } a = \frac{1}{9}, \left(0; \frac{1}{9}\right); \text{ b) } a = \frac{6}{5}, \left(\frac{1}{9}; \frac{14}{45}\right)\right]$

**319** ★☆☆ **YOU & MATHS** Let $A$ be the point of intersection of the two lines $y = 4 - 3x$ and $\frac{x}{6} + \frac{y}{2} - 1 = 0$. Find the line that passes through $A$ that is parallel to $5x + 8y - 10 = 0$. $[20x + 32y - 71 = 0]$

**320** ★☆☆ Il piede della perpendicolare per $P(-3; 6)$ a una retta $r$ è $H(4; 1)$. Determina l'equazione di $r$. $[7x - 5y - 23 = 0]$

**321** ★☆☆ Scrivi l'equazione della retta $r$ passante per il punto $A(4; -3)$ e parallela alla retta di equazione $y = \frac{-1-3x}{2}$ e quella della retta $s$ passante per $B\left(1; -\frac{2}{3}\right)$ e perpendicolare alla retta di equazione $3x + 2y = 0$. Determina inoltre il punto di intersezione tra $r$ e $s$. $\left[y = -\frac{3}{2}x + 3;\ y = \frac{2}{3}x - \frac{4}{3};\ (2; 0)\right]$

**322** ★☆☆ **VERO O FALSO?**

a. La retta passante per $A(1; 2)$ e parallela alla bisettrice del primo e terzo quadrante ha equazione $y + x = 1$. V ☑F

b. Tutte le rette perpendicolari alla retta di equazione $3x - 2y + 8 = 0$ hanno equazione $2x + 3y + 2k + 1 = 0$, con $k \in \mathbb{R}$. ☑V F

c. La retta passante per $B(0; 4)$ e perpendicolare all'asse delle ordinate ha equazione $x - 4 = 0$. V ☑F

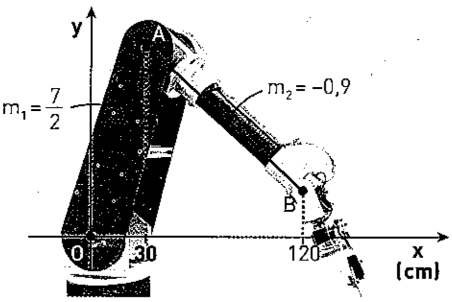
d. Tutte le rette passanti per $Q(-2; 2)$ hanno equazione $y = mx + 2m + 2$. V ☑F

**323** ★★☆ **LEGGI IL GRAFICO**

a. Scrivi le equazioni delle rette $OA$ e $AB$, noti i coefficienti angolari indicati in figura.

b. Determina la lunghezza dei bracci $OA$ e $AB$.

$\left[\text{a) } y = \frac{7}{2}x;\ y = -0{,}9x + 132;\ \text{b) } OA \simeq 109 \text{ cm};\ AB \simeq 121 \text{ cm}\right]$




**324** ★☆☆ Determina le coordinate del punto $B'$ piede della perpendicolare condotta dal punto $B(-1; -2)$ alla retta $y + x - 3 = 0$. $[B'(2; 1)]$

**325** ★★☆ Determina le coordinate del punto $A$ appartenente all'asse $y$ che ha come proiezione sulla retta $y = -3x - 3$ il punto $A'\left(-\frac{9}{5}; \frac{12}{5}\right)$. $[A(0; 3)]$

**326** ★★☆ Scrivi l'equazione della retta contenente l'altezza relativa alla base $AB$ del triangolo $ABC$ che ha come vertici i punti $A(2; 1)$, $B(3; 0)$ e $C(5; 3)$. $[y = x - 2]$

**327** ★★☆ **VERIFICA CON GEOGEBRA** Trova le equazioni delle altezze del triangolo di vertici $A(3; 2)$, $B(4; -1)$ e $C(-1; 7)$. Rappresenta con GeoGebra il triangolo e le equazioni delle tre altezze, e verifica che si tratta effettivamente delle altezze del triangolo. $[x - 3y + 22 = 0;\ 4x - 5y - 21 = 0;\ 5x - 8y + 1 = 0]$

**328** ★★☆ Dopo aver rappresentato il triangolo di vertici $A(-2; 4)$, $B\left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$ e $C(4; 1)$:

a. verifica che si tratta di un triangolo rettangolo;

b. scrivi l'equazione della retta che contiene l'altezza relativa all'ipotenusa;

c. scrivi l'equazione della retta che contiene la mediana relativa all'ipotenusa.

Che cosa puoi concludere? [b) $4x - 2y + 1 = 0$; c) $4x - 2y + 1 = 0$; il triangolo è isoscele]

**329** ★★★ Individua le coordinate dei vertici del parallelogramma che ha un vertice nel punto $(1; -2)$ e due lati che appartengono alle rette di equazioni $x - 2y - 11 = 0$ e $x + y + 7 = 0$. $[(3; -4); (-1; -6); (-3; -4)]$

I triangoli $AHO$ e $AKO$ sono rettangoli.
Essi hanno: $AO$ in ______, $\widehat{HAO} \cong$ ______ per ipotesi.
Quindi sono congruenti per il ______ criterio di congruenza dei triangoli rettangoli. In particolare, $AH \cong$ ______. Poiché la perpendicolare per il centro a una corda la interseca nel suo punto ______, e vale $2AH \cong 2AK$, allora ______ $\cong AQ$.
Dunque il triangolo $PAQ$ è ______ e $PQ \perp AB$, perché in un triangolo isoscele la bisettrice dell'angolo al vertice è anche ______.

**70** ★★ In una circonferenza di centro $O$ traccia i raggi $OA$, $OB$, $OC$. Detti $M$, $N$ e $L$ i punti medi, rispettivamente, dei segmenti $CA$, $CB$ e $OC$, dimostra che $ML \cong LN$.

**71** ★★ Le corde congruenti $AB$ e $PQ$ di una circonferenza di centro $C$ si intersecano in $O$. Dimostra che il punto $O$ divide le corde in due coppie di segmenti rispettivamente congruenti.

**72** ★★ In una circonferenza di centro $C$, le corde $AB$ e $PQ$ sono congruenti e si incontrano nel punto $O$ interno alla circonferenza. Dimostra che $CO$ è la bisettrice dell'angolo $A\widehat{O}Q$ formato dalle due corde.

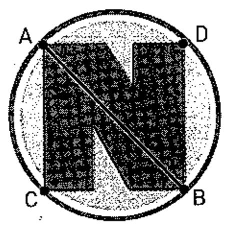
**73** ★★ Su una circonferenza di centro $O$ considera, nell'ordine, i punti $A$, $B$, $C$ e $D$ tali che le corde $AB$ e $CD$ siano tra loro congruenti. Indica con $P$ e $Q$ i punti di intersezione tra la circonferenza e la retta che congiunge i punti medi $M$ e $N$ delle due corde e dimostra che $PA \cong QD$ e $PB \cong QC$.

**IN 4 PASSI**

1. Traccia i segmenti $OM$ e $ON$ e dimostra che $MON$ è isoscele.
2. Ragionando sugli angoli, dimostra che $A\widehat{M}P \cong D\widehat{N}Q$.
3. Traccia l'altezza $OH$ del triangolo $OMN$ e dimostra che $PA \cong QD$.
4. Dimostra che $APB \cong CQD$ e concludi.

**74** ★★ In una circonferenza di centro $C$ considera le corde consecutive $AB$ e $BD$, e la corda $MN$ che ha per estremi i punti medi degli archi $\overset{\frown}{AB}$ e $\overset{\frown}{BD}$. Detti $P$ e $Q$ i punti di intersezione di $MN$ con le corde $AB$ e $BD$, dimostra che $BP \cong BQ$.
(*Suggerimento.* Traccia i raggi $CM$ e $CN$.)

**75** ★★ Nel logo in figura $AC \parallel BD$ e $AB$ è un diametro. Dimostra che $AC \cong BD$ e che anche la corda $CD$ è un diametro della circonferenza.




**76** ★★ In una circonferenza, considera una corda $PQ$ e il suo punto medio $M$. Dimostra che ogni altra corda della circonferenza passante per $M$ è divisa da $PQ$ in due segmenti non congruenti.
(*Suggerimento.* Dimostra per assurdo.)

**77** ★★ $AB$ e $CD$ sono corde di una circonferenza che si intersecano nel punto $P$. Dimostra che, se $P$ è il punto medio di entrambe le corde, allora $AB$ e $CD$ sono due diametri della circonferenza.
(*Suggerimento.* Dimostra per assurdo.)

**78** ★★ Due circonferenze $\mathscr{C}$ e $\mathscr{C}'$, di centri $C$ e $C'$, si intersecano nei punti $P$ e $Q$. Considera una retta passante per $P$, che intersechi $\mathscr{C}$ in $R$ e $\mathscr{C}'$ in $R'$, in modo che $PR \cong PR'$. Da $P$ manda la perpendicolare alla retta $RR'$, che intersechi $CC'$ in $H$. Dimostra che $H$ è il punto medio di $CC'$.

## Con le misure

**79** ★☆ Disegna una circonferenza di centro $O$ e raggio 3 cm. Scegli due suoi punti $A$ e $B$ e traccia la mediana $OM$ del triangolo $AOB$.

**a.** Qual è l'ampiezza dell'angolo $A\widehat{M}O$?

**b.** La retta $OM$ interseca la circonferenza nei punti $C$ e $D$. Qual è la lunghezza della corda $CD$?

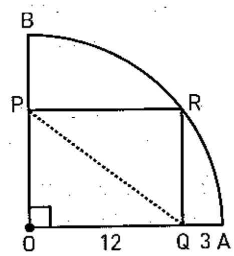
[a) 90°; b) 6 cm]

**80** ★☆ Le misure scritte in figura sono in centimetri. Determina la lunghezza di:

**a.** $PQ$;

**b.** $PB$.

[a) 15 cm; b) 6 cm]



**119** $\sqrt[3]{-x^2}$; $\sqrt{\frac{1}{x^2}}$. $[\forall x \in \mathbb{R};\ x \neq 0]$

**120** $\sqrt[8]{-7x^3}$; $\sqrt[7]{-x^8+1}$. $[x \leq 0;\ \forall x \in \mathbb{R}]$

**121** $\sqrt{4-x}$; $\sqrt{18a-12}$. $\left[x \leq 4;\ a \geq \frac{2}{3}\right]$

**122** $\sqrt{\frac{1-3x}{2}}$; $\sqrt[3]{2-x}$. $\left[x \leq \frac{1}{3};\ \forall x \in \mathbb{R}\right]$

**123** $\sqrt[3]{\frac{4}{2-3x}}$; $\sqrt[3]{\frac{1}{x^2}}$. $\left[x \neq \frac{2}{3};\ x \neq 0\right]$

**124** $\sqrt[4]{4x-8}$; $\sqrt[5]{x(x-4)}$. $[x \geq 2;\ \forall x \in \mathbb{R}]$

**125** $\sqrt{x^2+16}$; $\sqrt{-x^2-16}$. $[\forall x \in \mathbb{R};\ \nexists x \in \mathbb{R}]$

**126** $\sqrt{(x-2)(3-x)}$ $[2 \leq x \leq 3]$

**127** $\sqrt{4x^2-1}$ $\left[x \leq -\frac{1}{2} \vee x \geq \frac{1}{2}\right]$

**128** $\sqrt{x^3-3x^2+3x-1}$ $[x \geq 1]$

**129** $\sqrt[3]{\frac{1}{x^2-4}}$; $\sqrt{x^4-4x^3}$. $[x \neq \pm 2;\ x \leq 0 \vee x \geq 4]$

**130** $\sqrt[5]{\frac{2}{4x-5}}$ $\left[x \neq \frac{5}{4}\right]$

**131** $\sqrt{x^3-2x^2}$; $\sqrt{x^3-4x^2+4x}$. $[x = 0 \vee x \geq 2;\ x \geq 0]$

**132** $\sqrt{x^4+2x^3+x^2}$; $\sqrt{\frac{1}{(x-5)^2}}$. $[\forall x \in \mathbb{R};\ x \neq 5]$

**133** $\sqrt{-x^2-10x-25}$ $[x = -5]$

**134** $\sqrt{5a^4b}$; $\sqrt{-\frac{1}{2}x}$. $[b \geq 0;\ x \leq 0]$

**135** $\sqrt{x-\frac{x}{x-3}}$ $[0 \leq x < 3 \vee x \geq 4]$

**136** $\sqrt{\frac{x}{x-3}}$; $\sqrt[3]{\frac{x}{x-2}}$. $[x \leq 0 \vee x > 3;\ x \neq 2]$

**137** $\sqrt[3]{\frac{x}{x-10}}$; $\sqrt[3]{\frac{x^2+2x+1}{x-1}}$. $[x \neq 10;\ x \neq 1]$

**138** $\sqrt{\frac{x-6}{2-x}}$ $[2 < x \leq 6]$

**139** $\sqrt{\frac{2x+1}{4-x}}$ $\left[-\frac{1}{2} \leq x < 4\right]$

**140** $\sqrt{x^3-2x^2-x+2}$ $[-1 \leq x \leq 1 \vee x \geq 2]$

**141** $\sqrt{(x-4)^2(x+1)}$ $[x \geq -1]$

**142** $\sqrt{|x-2|}$; $\sqrt{|x|+1}$. $[\forall x \in \mathbb{R};\ \forall x \in \mathbb{R}]$

**143** $\sqrt{\frac{x-4}{|x|+2}}$ $[x \geq 4]$

---

**144** SPIEGALO TU

$\sqrt{\frac{x^4(x+1)}{x^2}}$ $\sqrt{x^2(x+1)}$

Leo: «Queste sono espressioni equivalenti».
Ilaria: «Ti sbagli! Sono diverse!».
Chi ha ragione e perché?

**145** AL VOLO Per quali valori di $x$ sono definite le seguenti espressioni?

$y = \sqrt{4-x} + \sqrt{x-4}$ $[x = 4]$

$y = \sqrt{\frac{1}{x}} + \sqrt{-\frac{1}{x}}$ $[\nexists x \in \mathbb{R}]$

## COME SI FA

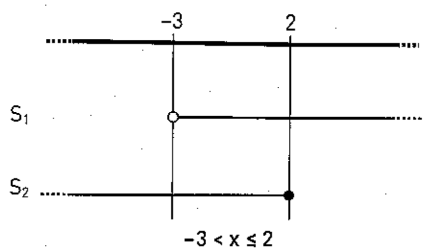
► **Determiniamo le condizioni di esistenza dell'espressione** $\sqrt{\frac{1}{x+3}} + \sqrt{2-x}$.

Entrambi i radicandi devono essere non negativi, quindi, per determinare le C.E., dobbiamo risolvere il sistema:

$$\begin{cases} \frac{1}{x+3} \geq 0 \\ 2-x \geq 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+3 > 0 \\ 2-x \geq 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x > -3 \\ x \leq 2 \end{cases}.$$

Le condizioni di esistenza sono:

$-3 < x \leq 2$.






Esercizio 144: Ilaria, perché i due radicali hanno C.E. diverse: per $x = 0$ il primo ∄, mentre il secondo vale 0.

**255** ★★☆ **TEST** L'uguaglianza $\sqrt{9a^2b^4} = 3ab^2$ è valida:

- A per ogni $a, b \in \mathbb{R}$.
- B ☑ solo per $a \geq 0$.
- C solo per $b \geq 0$.
- D solo per $a \geq 0$ e $b \geq 0$.

**256** ★★☆ INVALSI 2011 Quale fra le seguenti uguaglianze è corretta, qualunque sia il numero reale che sostituisce la $x$?

- A $\sqrt{x^2} = x$
- B $\sqrt{x^2} = \pm x$
- C ☑ $\sqrt{x^2} = |x|$
- D $\sqrt{x^2} = \pm|x|$

**COME SI FA**

▶ **Semplifichiamo i seguenti radicali, dopo aver posto le condizioni di esistenza.**

**a.** $\sqrt[6]{64x^6}$ **b.** $\sqrt[8]{(1+x^4)^8}$ **c.** $\sqrt{x^2-6x+9}$ **d.** $\sqrt[3]{27x^3}$

a. $\sqrt[6]{64x^6} = \sqrt[6]{2^6x^6} = \sqrt[6]{(2x)^6}$ → C.E.: $\forall x \in \mathbb{R}$.

$\sqrt[6]{(2x)^6} = |2x| = 2|x|$

Il radicale di partenza è non negativo, quindi mettiamo il valore assoluto per mantenere la concordanza di segno.

b. $\sqrt[8]{(1+x^4)^8}$ → C.E.: $\forall x \in \mathbb{R}$.

$\sqrt[8]{(1+x^4)^8} = 1 + x^4$ → non serve il valore assoluto perché $1 + x^4 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

c. $\sqrt{x^2-6x+9} = \sqrt{(x-3)^2}$ → C.E.: $\forall x \in \mathbb{R}$.

$\sqrt{(x-3)^2} = |x-3|$ mettiamo il valore assoluto per garantire la concordanza di segno

d. $\sqrt[3]{27x^3} = \sqrt[3]{(3x)^3}$ → C.E.: $\forall x \in \mathbb{R}$.

$\sqrt[3]{(3x)^3} = 3x$ i due membri hanno lo stesso segno, quello di $x$

**Semplifica i seguenti radicali, se è possibile.**

**257** ★☆☆ $\sqrt[3]{8y^3}$; $\sqrt{25x^2}$; $\sqrt{(5+x^2)^2}$. $[2y; 5|x|; 5+x^2]$

**258** ★☆☆ $\sqrt[4]{(x^2+6)^4}$; $\sqrt[5]{-x^5}$; $\sqrt{(x+3)^2}$. $[x^2+6; -x; |x+3|]$

**259** ★☆☆ $\sqrt[3]{(2x-1)^3}$; $\sqrt{16x^2}$; $\sqrt[3]{(-2-x)^3}$. $[2x-1; 4|x|; -2-x]$

**260** ★☆☆ $\sqrt[4]{y^4}$; $\sqrt[5]{32x^5}$; $\sqrt[4]{(x-1)^4}$. $[|y|; 2x; |x-1|]$

**261** ★★☆ $\sqrt{(-1-b^2)^2}$; $\sqrt{\frac{16}{b^4}}$; $\sqrt[8]{(x^2+3)^8}$. $\left[1+b^2; \frac{4}{b^2} \text{ se } b \neq 0; x^2+3\right]$

**262** ★★☆ $\sqrt[3]{8a^3b^3}$; $\sqrt[6]{x^6(y-2)^6}$; $\sqrt{(x^2-2x+1)^2}$. $[2ab; |x(y-2)|; (x-1)^2]$

**263** ★★☆ $\sqrt[4]{a^4+2^4}$; $\sqrt{x^4+8x^2+16}$; $\sqrt[3]{\frac{1}{x^6}}$. $\left[\text{irriducibile}; x^2+4; \frac{1}{x^2} \text{ se } x \neq 0\right]$

**Semplifica le seguenti espressioni.**

**264** ★★★ $2x+1+\sqrt{(2x-1)^2}$ $\left[x \geq \frac{1}{2}: 4x; x < \frac{1}{2}: 2\right]$

**265** ★★★ $x-5+\sqrt[3]{(1-x)^3}$ $[-4]$

**266** ★★☆ $\sqrt[4]{(x-1)^4} - x$ $[x < 1: 1-2x; x \geq 1: -1]$

**267** ★★☆ $\sqrt[5]{(-9-x^4)^5} + \sqrt{36x^4}$ $[-(x^2-3)^2]$





**Semplificazione di $\sqrt[n]{a^p}$**

**COME SI FA**

▶ **Semplifichiamo i seguenti radicali, dopo aver posto le condizioni di esistenza.**

**a.** $\sqrt[18]{(1-2x)^{12}}$ **b.** $\sqrt[8]{(x-2)^{12}}$ **c.** $\sqrt[6]{(2x+1)^2}$ **d.** $\sqrt[9]{\frac{125}{x^3}}$

Nella semplificazione dei radicali occorre che il radicale di partenza e quello semplificato abbiano le stesse condizioni di esistenza e lo stesso segno.

a. $\sqrt[18]{(1-2x)^{12}}$ (indice pari; ← esponente pari) → C.E.: $(1-2x)^{12} \geq 0$ → $\forall x \in \mathbb{R}$.

$\sqrt[18]{(1-2x)^{12}} = \sqrt[3]{(1-2x)^2}$ ← esponente pari; MCD(18; 12) = 6

i radicali hanno le stesse condizioni di esistenza e sono sempre positivi o nulli

b. $\sqrt[8]{(x-2)^{12}}$ (indice pari; ← esponente pari) → C.E.: $(x-2)^{12} \geq 0$ → $\forall x \in \mathbb{R}$.

$\sqrt[8]{(x-2)^{12}} = \sqrt[2]{|x-2|^3}$ (indice pari; ← esponente dispari)

mettiamo il valore assoluto affinché anche il radicale semplificato abbia le stesse C.E. del primo

c. $\sqrt[6]{(2x+1)^2}$ (indice pari; ← esponente pari) → C.E.: $(2x+1)^2 \geq 0$ → $\forall x \in \mathbb{R}$.

$\sqrt[6]{(2x+1)^2} = \sqrt[3]{|2x+1|}$ (indice dispari; ← esponente dispari)

il radicale semplificato è definito $\forall x \in \mathbb{R}$ perché ha indice dispari; mettiamo il valore assoluto per garantire la concordanza di segno

d. $\sqrt[9]{\frac{125}{x^3}} = \sqrt[9]{\left(\frac{5}{x}\right)^3}$ (indice dispari; ← esponente dispari) → C.E.: $x \neq 0$.

$\sqrt[9]{\left(\frac{5}{x}\right)^3} = \sqrt[3]{\frac{5}{x}}$ se $x \neq 0$ entrambi i radicali esistono se $x \neq 0$ e hanno lo stesso segno, quello del radicando

**Dopo aver posto le condizioni di esistenza, semplifica i seguenti radicali, se è possibile.**

**268** ★☆☆ $\sqrt[4]{a^8}$; $\sqrt{a^{12}}$. $[a^2; a^6]$

**269** ★☆☆ $\sqrt[6]{x^8}$; $\sqrt[6]{(x^2+1)^3}$. $[\sqrt[3]{x^4}; \sqrt{x^2+1}]$

**270** ★☆☆ $\sqrt[6]{(x-7)^3}$; $\sqrt[25]{(x+2)^{15}}$. $[x \geq 7: \sqrt{x-7}; \sqrt[5]{(x+2)^3}]$

**271** ★☆☆ $\sqrt[3]{125x^9}$; $\sqrt[4]{(x^2+4)^2}$. $[5x^3; \sqrt{x^2+4}]$

**272** ★☆☆ $\sqrt[10]{(3+x^4)^5}$; $\sqrt[3]{-8a^6}$. $[\sqrt{3+x^4}; -2a^2]$

**273** ★★☆ $\sqrt{x^4}$; $\sqrt{9x^2}$. $[x^2; 3|x|]$

**274** ★★☆ $\sqrt{x^2y^4}$; $\sqrt[3]{x^{15}}$. $[|x|y^2; x^5]$

**275** ★★☆ $\sqrt{4a^6}$; $\sqrt[3]{27a^9}$. $[2|a^3|; 3a^3]$

**276** ★★☆ $\sqrt[8]{81a^4}$; $\sqrt[10]{(b+1)^5}$. $[\sqrt{3|a|}; b \geq -1: \sqrt{b+1}]$

**277** ★★☆ $\sqrt[12]{a^6x^4}$; $\sqrt[4]{(x-3)^2}$. $[\sqrt[6]{|a|^3x^2}; \sqrt{|x-3|}]$

**278** ★★☆ $\sqrt[10]{(x-5)^8}$; $\sqrt[4]{(1-x)^2}$. $[\sqrt[5]{(x-5)^4}; \sqrt{|1-x|}]$

**279** ★★☆ $\sqrt[12]{(x+4)^4}$; $\sqrt[5]{32y^{10}}$. $[\sqrt[3]{|x+4|}; 2y^2]$

**280** ★★☆ $\sqrt[8]{(a^2+16)^2}$; $\sqrt[4]{16x^2}$. $[\sqrt[4]{a^2+16}; 2\sqrt{|x|}]$

**281** ★★☆ $\sqrt[9]{(x+1)^3y^3}$; $\sqrt[16]{(a-1)^4}$. $[\sqrt[3]{(x+1)y}; \sqrt[4]{|a-1|}]$

Nei casi **a** e **b** gli indici dei radicali sono uguali, perciò possiamo applicare il teorema del prodotto e quello del quoziente.

**a.** $\sqrt{\frac{243}{32}}\cdot\sqrt{\frac{2}{3}} = \sqrt{\frac{\cancel{243}^{\,81}}{\cancel{32}_{\,16}}\cdot\frac{\cancel{2}}{\cancel{3}}} = \sqrt{\frac{81}{16}} = \sqrt{\left(\frac{9}{4}\right)^2} = \frac{9}{4}$

applichiamo il teorema del prodotto
$\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{a\cdot b}$

**b.** $\frac{\sqrt[3]{-108}}{\sqrt[3]{4}} = -\frac{\sqrt[3]{108}}{\sqrt[3]{4}} = -\sqrt[3]{\frac{\cancel{108}^{\,27}}{\cancel{4}}} = -\sqrt[3]{27} = -3$

portiamo fuori il segno

applichiamo il teorema del quoziente
$\sqrt[n]{a}:\sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{\frac{a}{b}}$

*Se $n\in\mathbb{N}-\{0\}$:*
*$\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{a\cdot b}$, con $a\geq 0$, $b\geq 0$;*
*$\sqrt[n]{a}:\sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{a:b}$, con $a\geq 0$, $b>0$.*

**Esegui le seguenti moltiplicazioni e divisioni di radicali.**

**322** ★☆☆ $\sqrt{50}\cdot\sqrt{2}$; $\sqrt[3]{5}:\sqrt[3]{10}$; $\sqrt[5]{-21}:\sqrt[5]{18}$; $\sqrt[3]{7}\cdot\sqrt[3]{12}:\sqrt[3]{21}$. $\left[10; \sqrt[3]{\frac{1}{2}}; \sqrt[5]{-\frac{7}{6}}; \sqrt[3]{4}\right]$

**323** ★☆☆ $\sqrt[4]{\frac{7}{8}}:\sqrt[4]{\frac{1}{2}}$; $\sqrt[3]{-16}\cdot\sqrt[3]{-4}\cdot\sqrt[3]{8}$; $-\sqrt[7]{64}:\sqrt[7]{-2^6}$. $\left[\sqrt[4]{\frac{7}{4}}; 8; 1\right]$

**324** ★☆☆ $\sqrt{\frac{12}{5}}:\sqrt{\frac{72}{75}}$; $\sqrt[3]{12}\cdot\sqrt[3]{48}\cdot\sqrt[3]{3}$; $-\sqrt[5]{32}:\sqrt[5]{-2^6}$. $\left[\sqrt{\frac{5}{2}}; 12; \sqrt[5]{\frac{1}{2}}\right]$

**325** ★★☆ $\frac{\sqrt{56}}{\sqrt{7}}\cdot\sqrt{8}$; $\frac{\sqrt[3]{-45}}{\sqrt[3]{-5}}\cdot\sqrt[3]{81}$; $\sqrt[4]{12}\cdot\sqrt[4]{27}:\sqrt[4]{\frac{1}{4}}$. [8; 9; 6]

**326** ★★☆ $\sqrt{2}\cdot\sqrt[4]{3}:\sqrt[3]{-6}$ $\left[-\sqrt[12]{\frac{4}{3}}\right]$

**IN 3 PASSI**

1. Porta fuori il segno e riduci i radicali allo stesso indice.
2. Applica i teoremi del prodotto e del quoziente.
3. Semplifica la frazione ottenuta.

**327** ★☆☆ $\sqrt{5}\cdot\sqrt[4]{5}$; $\sqrt[3]{-2}\cdot\sqrt[9]{-8}$. $[\sqrt[4]{5^3}; \sqrt[3]{4}]$

**328** ★☆☆ $\sqrt[3]{6}\cdot\sqrt{2}$; $\sqrt[4]{3}\cdot\sqrt{3}$. $[\sqrt[6]{288}; \sqrt[4]{27}]$

**329** ★☆☆ $\sqrt[4]{8}\cdot\sqrt{2}$; $\sqrt[3]{3}:\sqrt{3}$. $\left[\sqrt[4]{32}; \sqrt[6]{\frac{1}{3}}\right]$

**330** ★☆☆ $\sqrt{6}:\sqrt[6]{24}$; $\sqrt[4]{27}:\sqrt{3}$. $[\sqrt[3]{3}; \sqrt[4]{3}]$

**331** ★☆☆ $\sqrt{7}\cdot\sqrt[3]{7}$; $\sqrt[3]{-5}:\sqrt[9]{-625}$. $\left[\sqrt[6]{7^5}; \sqrt[9]{\frac{1}{5}}\right]$

**332** ★☆☆ $\sqrt{14}:\sqrt[3]{2}$; $\sqrt[8]{7^3}:\sqrt[4]{7}$. $[\sqrt[6]{7^3\cdot 2}; \sqrt[8]{7}]$

**333** ★☆☆ $\sqrt[7]{-7}:\sqrt[14]{49}$; $\sqrt[3]{-16}\cdot\sqrt{54}$. $[-1; -\sqrt[6]{2^{11}\cdot 3^9}]$

**334** ★★☆ $\sqrt[4]{\left(\frac{13}{5}\right)^2-1}:\sqrt{\frac{5}{48}}$ $\left[\frac{24}{5}\right]$

**335** ★★☆ $\sqrt[3]{4}:\sqrt[12]{\frac{64}{9}}$; $\sqrt[6]{5^7}:\sqrt[15]{\frac{2^3}{5^2}}$. $\left[\sqrt[6]{6}; \sqrt[10]{\frac{5^{13}}{4}}\right]$

**336** ★★☆ $\sqrt[5]{-3}\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt[10]{\frac{1}{96}}$ $[-\sqrt[10]{3}]$

**337** ★★☆ $(\sqrt{18}:\sqrt[4]{12})\cdot\sqrt[4]{3}$ [3]

**338** ★★☆ $\sqrt[4]{200}\cdot\sqrt[6]{2^2\cdot 5^4}:\sqrt[12]{50}$ [10]

**339** ★★☆ $\sqrt[12]{256}\cdot\sqrt[3]{\frac{9}{2}}\cdot\sqrt{\frac{6}{81}}$ $\left[\sqrt[6]{\frac{2^5}{3^5}}\right]$

**340** ★☆☆ **YOU & MATHS** Find the area of a triangle with a base of $2\sqrt{2}$ cm and a height of $\sqrt[3]{3}$ cm. $[\sqrt[6]{72}\ \text{cm}^2]$

**341** ★☆☆ Determina la lunghezza della base di un parallelogramma, sapendo che l'altezza è lunga $\sqrt[4]{5}$ cm e che l'area del parallelogramma è di $\sqrt[8]{75}$ cm$^2$. $[\sqrt[8]{3}\ \text{cm}]$

**422** $\sqrt{50}$; $\sqrt[3]{160}$. $[5\sqrt{2}; 2\sqrt[3]{20}]$

**423** $\sqrt{\frac{5}{32}}$; $\sqrt{\frac{125}{8}}$. $\left[\frac{1}{4}\sqrt{\frac{5}{2}}; \frac{5}{2}\sqrt{\frac{5}{2}}\right]$

**424** $\sqrt{\frac{100}{81}}$; $\sqrt[3]{810}$. $\left[\frac{10}{9}; 3\sqrt[3]{30}\right]$

**425** $\sqrt{\frac{96}{125}}$; $\sqrt[3]{-162}$. $\left[\frac{4}{5}\sqrt{\frac{6}{5}}; -3\sqrt[3]{6}\right]$

**426** $\sqrt{\frac{75}{72}}$; $\sqrt{1445}$. $\left[\frac{5}{2}\sqrt{\frac{1}{6}}; 17\sqrt{5}\right]$

**427** $\sqrt[3]{0,003}$; $\sqrt{\frac{15}{8}}$. $\left[\frac{1}{10}\sqrt[3]{3}; \frac{1}{2}\sqrt{\frac{15}{2}}\right]$

**428** $\sqrt{450}$; $\sqrt[4]{5^6 \cdot 2^4}$. $[15\sqrt{2}; 10\sqrt{5}]$

**429** $\sqrt[3]{1200}$; $\sqrt[4]{160}$. $[2\sqrt[3]{150}; 2\sqrt[4]{10}]$

**430** $\sqrt{27\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right)}$; $\sqrt[4]{1008}$. $\left[\frac{3}{2}\sqrt{3}; 2\sqrt[4]{63}\right]$

**PIT STOP** 5 ESERCIZI SUL TRASPORTO DI UN FATTORE FUORI DAL SEGNO DI RADICE IN PIÙ

Vuoi vedere subito se il passaggio è giusto o sbagliato? Vai sul Tutor e fai l'esercitazione con il Checker.

TUTOR matematica http://su.zanichelli.it/tutor risorsa riservata a chi ha acquistato l'edizione con Tutor

**431** $\sqrt[3]{\frac{80}{81}}$; $\sqrt{2^4 \cdot 3^5 \cdot 4^6}$. $\left[\frac{2}{3}\sqrt[3]{\frac{10}{3}}; 2^8 \cdot 3^2\sqrt{3}\right]$

**432** $\sqrt[3]{5^4 \cdot 7 \cdot 2^6}$; $\sqrt[4]{2^7 \cdot 9^2 \cdot 5}$. $[20\sqrt[3]{35}; 6\sqrt[4]{40}]$

**433** $\sqrt[3]{5^4 - 5^3}$; $\sqrt{4^4 + 12^2}$. $[5\sqrt[3]{4}; 20]$

**434** $\sqrt[4]{3^{15} + 3^{12}}$; $\sqrt[3]{5 \cdot 4^4 - 200}$. $[27\sqrt[4]{28}; 6\sqrt[3]{5}]$

**435** $\sqrt{(-2)^4 \cdot 7}$; $\sqrt[3]{(-2)^9 \cdot 9}$. $[4\sqrt{7}; -8\sqrt[3]{9}]$

**Semplifica le seguenti espressioni**

**436** $\sqrt[7]{3^5} \cdot \sqrt[7]{3^3}$ $[3\sqrt[7]{3}]$

**437** $\sqrt{15} \cdot \sqrt{35}$ $[5\sqrt{21}]$

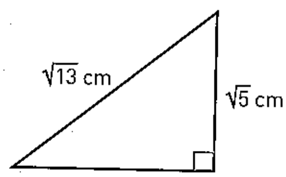
**438** $\sqrt{72} : \sqrt[4]{32}$ $[3\sqrt[4]{2}]$

**439** $\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{16}$ $[4\sqrt[3]{2}]$

**440** $\sqrt[4]{6^3} \cdot \sqrt{3} : \sqrt{2}$ $[3\sqrt[4]{6}]$

**441** $\sqrt{\frac{125}{8}} : \sqrt{5}$ $\left[\frac{5}{2\sqrt{2}}\right]$

**442** Calcola l'area del triangolo. $[\sqrt{10}\ \text{cm}^2]$




**443** Un parallelogramma ha la base di $\sqrt{12}$ cm e l'altezza di $\sqrt[3]{3}$ cm. Calcola la sua area. $[2\sqrt[6]{3^5}\ \text{cm}^2]$

**444** Determina l'area della superficie totale di un cubo di volume 108 cm³. $[108\sqrt[3]{2}\ \text{cm}^2]$

## Radicali letterali

**Porta fuori dal segno di radice tutti i possibili fattori, supponendo positivi tutti i fattori letterali.**

**445** $\sqrt{18a^3}$; $\sqrt[3]{x^3y^4}$. $[3a\sqrt{2a}; xy\sqrt[3]{y}]$

**446** $\sqrt[3]{27x^4y^2}$; $\sqrt[4]{32xy^8}$. $[3x\sqrt[3]{xy^2}; 2y^2\sqrt[4]{2x}]$

**447** $\sqrt{\frac{x^3y}{9}}$; $\sqrt[3]{\frac{x^9}{y^6z}}$. $\left[\frac{x}{3}\sqrt{xy}; \frac{x^3}{y^2}\sqrt[3]{\frac{1}{z}}\right]$

**448** $\sqrt[4]{x^5y^6}$; $\sqrt[3]{(x-1)^3x^2}$. $[xy\sqrt[4]{xy^2}; (x-1)\sqrt[3]{x^2}]$

**b.** $2\sqrt{x}+\sqrt{9x^3}-2\sqrt{4x} \underset{\text{portiamo fuori}}{=} 2\sqrt{x}+3x\sqrt{x}-4\sqrt{x} \underset{\text{raccogliamo } \sqrt{x}}{=} (2-4+3x)\sqrt{x}=(-2+3x)\sqrt{x}$

**Calcola le seguenti somme algebriche, supponendo positivi i fattori letterali.**

**530** ★☆☆ $\sqrt{2}+3\sqrt{2}-5\sqrt{2}$ $[-\sqrt{2}]$

**531** ★☆☆ $2\sqrt[3]{4}-\sqrt[3]{4}+6\sqrt[3]{4}$ $[7\sqrt[3]{4}]$

**532** ★☆☆ $\sqrt{5}-\frac{3}{4}\sqrt{5}-2\sqrt{5}$ $\left[-\frac{7}{4}\sqrt{5}\right]$

**533** ★☆☆ $\sqrt[3]{-2}+6\sqrt[3]{2}+3\sqrt[3]{-2}$ $[2\sqrt[3]{2}]$

**534** ★☆☆ $6\sqrt{2}-2\sqrt{3}-3\sqrt{2}$ $[3\sqrt{2}-2\sqrt{3}]$

**535** ★☆☆ $-\sqrt{5}-\sqrt{20}+7\sqrt{5}$ $[4\sqrt{5}]$

**536** ★☆☆ $\sqrt{27}-2\sqrt{12}+\sqrt{75}-4\sqrt{3}$ $[0]$

**537** ★☆☆ $\sqrt[4]{9}-3\sqrt[3]{3}+\sqrt{108}+\sqrt[3]{81}$ $[7\sqrt{3}]$

**538** ★☆☆ $4\sqrt{18}-\sqrt{32}-2\sqrt{50}$ $[-2\sqrt{2}]$

**539** ★☆☆ $\sqrt{\frac{8}{25}}-\frac{1}{2}\sqrt{18}-\sqrt{\frac{2}{9}}$ $\left[-\frac{43}{30}\sqrt{2}\right]$

**540** ★☆☆ $\sqrt[4]{\frac{1}{16}}-\sqrt[4]{\frac{21}{3}}+3\sqrt[4]{112}-\sqrt[4]{\frac{7}{81}}$ $\left[\frac{1}{2}+\frac{14}{3}\sqrt[4]{7}\right]$

**541** ★★☆ $4\sqrt[3]{x}-\sqrt[3]{8x}+\sqrt[3]{27x}$ $[5\sqrt[3]{x}]$

**542** ★★☆ $8\sqrt{a}-\sqrt{\frac{a}{4}}-\sqrt{49a}+\frac{1}{2}\sqrt{a}$ $[\sqrt{a}]$

**543** ★★☆ $\sqrt{xy^2}-3\sqrt{x}+\sqrt{4x}+\frac{1}{3}\sqrt{9x}$ $[y\sqrt{x}]$

**Semplifica le seguenti espressioni.**

**544** ★☆☆ $\frac{1}{3}(\sqrt{3}+3)(\sqrt{3}-4)+\sqrt{3}(1-\sqrt{2})+\frac{4}{3}\left(\sqrt{3}+\frac{9}{4}\right)$ $[2\sqrt{3}-\sqrt{6}]$

**IN 2 PASSI**

❶ Esegui le moltiplicazioni, applicando il teorema del prodotto di radicali con lo stesso indice, quando necessario.

❷ Somma i termini simili.

**545** ★☆☆ $\sqrt{3}(2-3\sqrt{3})-\sqrt{48}+(\sqrt{3}-2)(4+\sqrt{3})$ $[-14]$

**546** ★☆☆ $\sqrt{5}-3\sqrt{10}-\sqrt{2}(4\sqrt{2}-3)+3(\sqrt{5}-1)(1+\sqrt{2})$ $[4\sqrt{5}-11]$

**547** ★☆☆ $(\sqrt{3}-2\sqrt{5})-2\left(\sqrt{20}-\frac{1}{3}\sqrt{27}\right)+3\sqrt{3}+\left(\sqrt{\frac{27}{4}}-\frac{9}{2}\right)(2\sqrt{3}+2)$ $[-6\sqrt{5}]$

**548** ★☆☆ $(1+\sqrt{2})(\sqrt{2}-6)-(\sqrt{2}+\sqrt{3})(1-\sqrt{2})-\sqrt{2}(\sqrt{3}-6)$ $[-2-\sqrt{3}]$

**549** ★★☆ $[2-(\sqrt{2}-12)(3+\sqrt{2})]+\sqrt{162}-9(\sqrt{2}+4)$ $[9\sqrt{2}]$

**550** ★★☆ $\sqrt{72}-\sqrt{2}(5-\sqrt{2})-(8-\sqrt{2})\left(\sqrt{2}+\frac{1}{2}\right)$ $\left[-\frac{13}{2}\sqrt{2}\right]$

**551** ★★☆ $(\sqrt{7}+\sqrt{5})(\sqrt{7}-1)-\sqrt{35}+\sqrt{80}-[(1+\sqrt{5})-\sqrt{7}]$ $[2\sqrt{5}+6]$

## Problemi

**552** ★★☆ In un rettangolo la diagonale è lunga $6\sqrt{3}$ cm e un lato è lungo $4\sqrt{5}$ cm. Calcola perimetro e area del rettangolo. $[4(2\sqrt{5}+\sqrt{7})\text{ cm}; 8\sqrt{35}\text{ cm}^2]$

**553** ★★☆ Nel triangolo acutangolo $ABC$ l'angolo $\widehat{B}$ misura 45° e l'altezza $AH$ misura $2\sqrt{2}$ cm. Il lato $AC$ misura 3 cm. Determina perimetro e area del triangolo. $[2(4+\sqrt{2})\text{ cm}; 4+\sqrt{2}\text{ cm}^2]$

## Il denominatore è la somma o la differenza di due radicali

**COME SI FA**

▶ **Razionalizziamo i denominatori delle seguenti frazioni:**

**a.** $\dfrac{3}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$; **b.** $\dfrac{1}{\sqrt{b}-2}$, con $b \geq 0 \land b \neq 4$.

**a.** $$\frac{3}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} = \frac{3}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} = \frac{3(\sqrt{5}+\sqrt{2})}{(\sqrt{5})^2-(\sqrt{2})^2} = \frac{3(\sqrt{5}+\sqrt{2})}{5-2} = \frac{3(\sqrt{5}+\sqrt{2})}{3} = \sqrt{5}+\sqrt{2}.$$

**b.** $$\frac{1}{\sqrt{b}-2} = \frac{1}{\sqrt{b}-2} \cdot \frac{\sqrt{b}+2}{\sqrt{b}+2} = \frac{\sqrt{b}+2}{(\sqrt{b})^2-2^2} = \frac{\sqrt{b}+2}{b-4}$$

**Razionalizza i denominatori delle seguenti frazioni, supponendo verificate le condizioni di esistenza.**

**675** ★☆☆ $\dfrac{1}{\sqrt{2}-1}$; $\dfrac{2}{1-\sqrt{3}}$. $[\sqrt{2}+1; -(1+\sqrt{3})]$

**676** ★☆☆ $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$; $\dfrac{10}{\sqrt{6}-1}$. $[\sqrt{6}+2; 2(\sqrt{6}+1)]$

**677** ★☆☆ $\dfrac{6}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}$; $\dfrac{1}{2-\sqrt{10}}$. $\left[3(\sqrt{7}-\sqrt{5}); -\dfrac{2+\sqrt{10}}{6}\right]$

**678** ★☆☆ $\dfrac{27}{1-\sqrt{10}}$; $\dfrac{16}{\sqrt{11}-\sqrt{3}}$. $[-3(1+\sqrt{10}); 2(\sqrt{11}+\sqrt{3})]$

**679** ★☆☆ $\dfrac{4}{\sqrt{3}-1}$; $\dfrac{5}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$. $[2(\sqrt{3}+1); 5(\sqrt{3}-\sqrt{2})]$

**680** ★☆☆ $\dfrac{6\sqrt{2}}{\sqrt{14}-\sqrt{2}}$; $\dfrac{14}{\sqrt{8}-2}$. $[\sqrt{7}+1; 7(\sqrt{2}+1)]$

**681** ★☆☆ $\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{3}}{\sqrt{6}-\sqrt{3}}$; $\dfrac{3}{\sqrt{5}-2}$. $[3+2\sqrt{2}; 3(\sqrt{5}+2)]$

**682** ★☆☆ $\dfrac{\sqrt{3}-2}{\sqrt{3}+2}$; $\dfrac{7}{1-\sqrt{15}}$. $\left[4\sqrt{3}-7; -\dfrac{1+\sqrt{15}}{2}\right]$

**683** ★☆☆ $\dfrac{\sqrt{10}-1}{\sqrt{10}+1}$; $\dfrac{2}{\sqrt{2}+2}$. $\left[\dfrac{11-2\sqrt{10}}{9}; 2-\sqrt{2}\right]$

**684** ★★☆ $\dfrac{11}{3+2\sqrt{5}}$; $\dfrac{25}{2\sqrt{3}-\sqrt{7}}$. $[2\sqrt{5}-3; 5(2\sqrt{3}+\sqrt{7})]$

**685** ★★☆ $\dfrac{2}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}$; $\dfrac{1}{1-\sqrt{3}}$. $\left[\sqrt{7}+\sqrt{5}; -\dfrac{1+\sqrt{3}}{2}\right]$

**686** ★★☆ $\dfrac{18}{\sqrt{2}(\sqrt{11}-\sqrt{10})}$ $[9\sqrt{2}(\sqrt{11}+\sqrt{10})]$

**687** ★★☆ $\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{\sqrt{20}-\sqrt{50}}$ $\left[-\dfrac{\sqrt{10}}{10}\right]$

**688** ★★☆ $\dfrac{2(\sqrt{7}-\sqrt{5})}{\sqrt{10}+\sqrt{14}}$ $[6\sqrt{2}-\sqrt{70}]$

**689** ★★☆ $\dfrac{a-1}{\sqrt{a}-a}$ $\left[-\dfrac{\sqrt{a}+a}{a}\right]$

**690** ★★☆ $\dfrac{x}{\sqrt{x+1}-1}$ $[\sqrt{x+1}+1]$

**691** ★★☆ $\dfrac{2}{b-\sqrt{1+b^2}}$ $[-2(b+\sqrt{1+b^2})]$

**692** ★★★ $\dfrac{\sqrt{a}+\sqrt{x}}{x\sqrt{a}+a\sqrt{x}}$ $\left[\dfrac{\sqrt{ax}}{ax}\right]$

**693** ★☆☆ **TEST** Quale numero intero approssima meglio il numero a lato? $\dfrac{2+\sqrt{5}}{2-\sqrt{5}}$

A $-9$ B $-4$ C $-18$ D $17$

**694** ★★☆ **SPIEGALO TU** Per razionalizzare $\dfrac{1}{\sqrt{x+y}}$ possiamo moltiplicare numeratore e denominatore per $\sqrt{x-y}$? Che cosa cambia se la frazione da razionalizzare è $\dfrac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$?

**Scrivi in forma razionalizzata il reciproco dei seguenti numeri.**

**695** ★☆☆ $4\sqrt{6}$ $\left[\dfrac{\sqrt{6}}{24}\right]$

**696** ★☆☆ $1+\sqrt{3}$ $\left[\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}\right]$

**697** ★☆☆ $7-2\sqrt{2}$ $\left[\dfrac{7+2\sqrt{2}}{41}\right]$

**224** Data l'equazione $(a-2)x-2y-1=0$, trova per quale valore di $a$ rappresenta una retta:
a. parallela all'asse $x$;
b. parallela all'asse $y$;
c. parallela alla retta di equazione
$2x-y+1=0$;
d. perpendicolare alla retta di equazione
$6x+3y+4=0$.
[a) 2; b) $\nexists\, a \in \mathbb{R}$; c) 6; d) 3]

**225** Calcola per quali valori di $k$ la retta di equazione $(3-k)y+2x+1=0$:
a. passa per il punto $P(-3;2)$;
b. è parallela all'asse $y$;
c. è parallela all'asse $x$;
d. è perpendicolare alla retta di equazione $7x-4y+4=0$.
$\left[\text{a) } \frac{1}{2}; \text{ b) } 3; \text{ c) } \nexists k; \text{ d) } -\frac{1}{2}\right]$

**226** Calcola per quali valori di $k$ la retta di equazione $(k-2)x+(3-k)y+7=0$:
a. è perpendicolare alla bisettrice del primo e terzo quadrante;
b. è perpendicolare alla retta $10x+3y=0$.
c. ha coefficiente angolare positivo;
$\left[\text{a) } \frac{5}{2}; \text{ b) } \frac{11}{7}; \text{ c) } k<2 \vee k>3\right]$

**227** VERIFICA CON GEOGEBRA Determina per quali valori di $k$ la retta di equazione
$-(1+k)y+2x-k=0$:
a. passa per l'origine;
b. è parallela alla retta $-3x-y=2$;
c. è perpendicolare alla retta $y=x$.
In corrispondenza dei valori di $k$ trovati, rappresenta le rette con GeoGebra e verifica che soddisfano le proprietà richieste.
$\left[\text{a) } 0; \text{ b) } -\frac{5}{3}; \text{ c) } -3\right]$

**228** Calcola per quali valori di $a$ la retta di equazione
$(a+2)x-2ay+3-a=0$:
a. è parallela all'asse $x$;
b. è perpendicolare alla retta $y=\frac{5}{4}x$;
c. ha coefficiente angolare negativo;
d. è parallela alla retta di equazione
$\sqrt{3}x-\sqrt{27}y+\sqrt{2}=0$.
$\left[\text{a) } -2; \text{ b) } -\frac{10}{13}; \text{ c) } -2<a<0; \text{ d) } -6\right]$

**229** Determina il valore del parametro $k$ in modo che la retta di equazione $(2k+4)x-6ky+5=0$:
a. sia perpendicolare alla retta $2x-6y+8=0$;
b. passi per l'origine degli assi;
c. sia parallela alla retta
$kx-(3k+5)y+2k=0$;
d. sia parallela alla retta $3-11y=0$.
$\left[\text{a) } -\frac{1}{5}; \text{ b) } \nexists\, k \in \mathbb{R}; \text{ c) } -\frac{10}{11}; \text{ d) } -2\right]$

## Intersezione di due rette

**230** Disegna le rette di equazioni $y=-6x+1$ e $3x-y=8$ e calcola le coordinate del loro punto di intersezione. [(1; −5)]

**Rappresenta graficamente i seguenti sistemi e determina le loro soluzioni.**

**231** $\begin{cases} x-3y+2=0 \\ 2x+y=-\frac{5}{3} \end{cases}$ $\left[\text{rette incidenti: } \left(-1;\frac{1}{3}\right)\right]$

**232** $\begin{cases} x=\frac{7}{2}y-1 \\ 7y-2x-4=0 \end{cases}$ [rette parallele: impossibile]

**233** $\begin{cases} 2x-1=0 \\ y+4x=7 \end{cases}$ $\left[\text{rette incidenti: } \left(\frac{1}{2};5\right)\right]$

**234** $\begin{cases} 6x-2y=3 \\ \frac{2x-1}{2}=\frac{y}{3} \end{cases}$ [rette coincidenti: indeterminato]

**235** $\begin{cases} y=\frac{x+5}{2} \\ 2y-x=-2 \end{cases}$ [rette parallele: impossibile]

**236** $\begin{cases} y+1=2(x-2) \\ \frac{1}{4}(x+8)=y \end{cases}$ [rette incidenti: (4; 3)]

# 5. Distanza di un punto da una retta

→ Teoria a pagina **603**

**ATTIVITÀ INTERATTIVA**

**COME SI FA**

► **Calcoliamo la distanza del punto $A(1; 6)$ dalla retta di equazione $x - 2y = 1$.**

Scriviamo la retta in forma implicita:

$$x - 2y = 1 \rightarrow x - 2y - 1 = 0.$$

Applichiamo la formula della distanza:

$$d = \frac{|\overset{x_A}{1} \cdot 1 + (-2) \cdot \overset{y_A}{6} - \overset{c}{1}|}{\sqrt{\underset{a}{1}^2 + (\underset{b}{-2})^2}} = \frac{|-12|}{\sqrt{5}} = \frac{12}{\sqrt{5}} \underset{\text{razionalizziamo}}{=} \frac{12\sqrt{5}}{5}.$$

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

distanza $d$ di $P(x_0; y_0)$ dalla retta di equazione $ax + by + c = 0$

**Calcola la distanza del punto $P$ dalla retta $r$.**

**433** $P(3; 0)$, $r: 2x - \frac{3}{2}y - 2 = 0$. $\left[\frac{8}{5}\right]$

**434** $P(-2; 4)$, $r: -8x = 6y + 1$. $\left[\frac{9}{10}\right]$

**435** $P(1; 2)$, $r: 15x + 8y = -3$. $[2]$

**436** $P\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$, $r: \frac{5}{2}y = 6x + \frac{9}{4}$. $[1]$

**437** $P(-3; -2)$, $r: y = 3x - 1$. $\left[\frac{4}{5}\sqrt{10}\right]$

**438** $P(\sqrt{3}; 0)$, $r: x + y = 0$. $\left[\frac{\sqrt{6}}{2}\right]$

**439** $P(3; 5)$, $r: 4x - 3y = 2$. $[1]$

**440** $P(-2; 1)$, $r: y - 3 = 0$. $[2]$

---

**441** Determina la distanza del punto $P(-3; -1)$ dalla retta di equazione $\frac{x+1}{2} = y$. Cosa puoi dedurre dal risultato?

**442** Calcola la distanza tra le rette parallele di equazioni $2x - 6y + 3 = 0$ e $y = \frac{1}{3}x - 2$. $\left[\frac{3}{4}\sqrt{10}\right]$

**443** Trova i punti dell'asse $x$ che hanno distanza 1 dalla retta di equazione $y = \frac{3}{4}x + \frac{1}{2}$.

**OCCHIO AI DATI** Modifica l'ordinata all'origine della retta affinché uno dei punti sia l'origine degli assi e l'altro appartenga al semiasse negativo delle ascisse. Quale altro dato dell'esercizio potresti cambiare per ottenere due punti con queste caratteristiche? $\left[(1; 0), \left(-\frac{7}{3}; 0\right)\right]$

**444** Nel triangolo di vertici $O(0; 0)$, $A(4; 2)$, $C(1; 3)$, trova la misura dell'altezza relativa al lato $OA$. $[\sqrt{5}]$

**445** Dato il triangolo di vertici $A\left(\frac{3}{2}; 1\right)$, $B\left(-\frac{3}{2}; 5\right)$ e $C(4; 9)$, calcola la misura dell'altezza relativa ad $AB$ e l'area del triangolo. $\left[\frac{34}{5}; 17\right]$

**IN 3 PASSI**

1. Determina l'equazione della retta $AB$ e scrivila in forma implicita.
2. Calcola la misura dell'altezza relativa ad $AB$ come distanza del punto $C$ dalla retta $AB$.
3. Trova la misura di $AB$ e infine l'area del triangolo.

**446** **TEST** Dato il triangolo di vertici $A(0; 0)$, $B(4; 1)$ e $C(1; 3)$, quanto misura l'altezza relativa al lato $AB$?

A $\frac{11}{\sqrt{17}}$ B $\frac{22}{\sqrt{17}}$ C $\sqrt{17}$ D $\frac{\sqrt{17}}{2}$

**447** Nel triangolo $ABC$, le coordinate di $C$ sono $(9; 3)$ e i vertici $A$ e $B$, di ascisse $x_A = 4$ e $x_B = 8$, sono sulla retta $r$ di equazione $3x - 4y + 4 = 0$. Trova l'area di $ABC$. $\left[\frac{19}{2}\right]$

**Esercizio 443:** Considera la retta $y = \frac{3}{4}x + \frac{5}{4}$ oppure cambia la distanza da 1 a $\frac{2}{5}$.

# ALLENATI SULLE COMPETENZE



## Argomentare e dimostrare

**1** ★★☆ SPIEGALO TU Con quali delle seguenti formule è possibile calcolare la distanza tra il punto $P(7; -2)$ e il punto $Q$ di ordinata $-5$ che appartiene alla retta per $P$ perpendicolare all'asse $x$? Motiva la risposta.

**a.** $|y_P - y_Q|$   **c.** $x_Q - x_P$

**b.** $|x_Q - x_P|$   **d.** $y_P - y_Q$

**2** ★★★ Dimostra che il punto medio di un segmento generico è sempre allineato con i due estremi del segmento stesso.

**3** ★★☆ VERO O FALSO? È dato il punto $P(8 - k; 2k)$.

**a.** Se $k \leq 8$, $P$ appartiene al quarto quadrante. V F

**b.** Se $k = 0$, $P$ appartiene all'asse $y$. V F

**c.** $P$ non può appartenere al terzo quadrante. V F

**d.** $P$ si trova sulla retta di equazione $x - y + 1 = 0$ se $k = 3$. V F

**e.** Se $k = 2$, la distanza di $P$ dall'origine degli assi è 52. V F

## Risolvere problemi

**4** ★★☆ Data la retta di equazione $3x - 4y + 5 - 2k = 0$, determina $k$ in modo che:

**a.** passi per l'origine degli assi;

**b.** intersechi l'asse delle ascisse in $-3$;

**c.** sia parallela alla retta $y = \frac{1 - 3x}{4}$;

**d.** sia perpendicolare alla retta di equazione $4x + 3y + 6 = 0$.

[a) $\frac{5}{2}$; b) $-2$; c) $\nexists\, k \in \mathbb{R}$; d) $\forall\, k \in \mathbb{R}$]

**5** ★★☆ Scrivi l'equazione della retta perpendicolare alla retta di equazione $-2x + 3y + 6 = 0$ e tale che:

**a.** abbia ordinata all'origine uguale a $-\frac{1}{4}$;

**b.** passi per il punto medio del segmento di estremi $A(-1; 2)$ e $B(1; -3)$;

**c.** passi per l'origine degli assi;

**d.** intersechi l'asse delle ascisse nel punto di ascissa 2.

[a) $y = \frac{-6x - 1}{4}$; b) $2y + 3x + 1 = 0$; c) $3x + 2y = 0$; d) $y = \frac{6 - 3x}{2}$]

**6** ★★☆ Determina per quali valori di $k$ il punto $A(k + 1; -2k)$:

**a.** appartiene alla retta di equazione $x = y + 1$;

**b.** appartiene all'asse del segmento di estremi $P(1; 1)$ e $Q(4; -3)$.

[a) 0; b) $\frac{17}{22}$]

**7** ★★☆ Sono dati nel piano i punti $P(k; k + 3)$, $Q(-2; 4)$ e la retta $r$: $-y - 2x = \frac{3}{4}$. Determina per quali valori di $k$:

**a.** il punto $P$ appartiene a $r$;

**b.** la perpendicolare a $r$ passante per $Q$ passa anche per $P$;

**c.** la retta $PQ$ è parallela a $r$.

[a) $-\frac{5}{4}$; b) 4; c) $-1$]

**8** ★☆☆ Dato il triangolo di vertici

$A(8; 3)$, $B(-4; -2)$ e $C(7; -4)$,

trova la misura dell'altezza $CH$ e l'equazione della mediana $BM$.

[$\frac{79}{13}$; $3x - 23y - 34 = 0$]

**208** ★☆ $(x-\sqrt{3})(\sqrt{3}+x)+(x+\sqrt{5})^2=0$ $\left[\frac{-\sqrt{5}\pm 1}{2}\right]$

**209** ★☆ $3(x-3)(x-5)=-(2x-1)^2$ [impossibile]

**210** ★☆ $\left(x+\frac{4}{3}\right)^2=\left(\frac{x-1}{2}\right)^2\cdot\frac{4}{9}$ $\left[-\frac{5}{2};-\frac{3}{4}\right]$

**211** ★☆ AL VOLO $\left(\frac{x-1}{5}\right)^2+\left(\frac{x-7}{3}\right)^2+1=0$

**212** ★☆ $\frac{x(x-3)}{\sqrt{2}}=-2\sqrt{2}x$ $[0;-1]$

**213** ★☆ $-7=\frac{(t-11)(11+t)}{3}$

**214** ★☆ $(1,\overline{3}+x)x=(1+2^{-2})x$ $\left[-\frac{1}{12}\right.$

**215** ★☆ $7=2x(4x-1)-1-10x$ $\left[-\frac{1}{2}\right.$

**216** ★☆ $x\left[x-2\left(1-\frac{x}{2}\right)\right]=4$ $[-1;$

**217** ★☆ $x^2+(x+2)^2=8x+(2-x)^2$ [0 doppi

**218** ★☆ $\frac{x-3}{2}-\left(\frac{3-x}{2}\right)^2=0$ $[5;$

**219** ★☆ $10(5+\sqrt{2})=x(-x+2)-1+10\sqrt{2}x$ $[5\sqrt{2}+1$ doppia]

**220** ★☆ $-4(x-3)(3+x)+5(x^2+1)=0$ [impossibile]

**221** ★☆ $(3-4a)\cdot 9+2[a(6a-2)+3]=-3^{-1}$ $\left[\frac{5}{3}\right.$ doppia$\left.\right]$

**222** ★☆ $x[x+2(2\sqrt{5}+1)]=-4\sqrt{5}(\sqrt{5}+1)$ $[-2-2\sqrt{5};-2\sqrt{5}]$

**223** ★☆ $\frac{x+\sqrt{3}}{3}-\frac{\sqrt{3}-x}{\sqrt{3}}=\frac{x^2-1+\sqrt{3}}{3}$ [impossibile]

**224** ★☆ $\frac{(x-3)(x+2)}{3}+\frac{5}{6}=\frac{3(1-2x)}{2}$ $[-4\pm 2\sqrt{6}]$

**225** ★☆ $3^{\frac{1}{2}}(2x+1)+(x+1)x+4^{-1}=-3$ $\left[-\sqrt{3}-\frac{1}{2}\right.$ doppia$\left.\right]$

**226** ★☆ $(\sqrt{18}+b)^2-(6+b)\cdot 3=4b\left(b-\frac{3}{2}\right)$ $[0;2\sqrt{2}+1]$

**227** ★☆ $\left(2x-\frac{1}{3}\right)(x+3)=\left(\frac{x}{2}-2\right)\left(\frac{x}{2}+3\right)$ [impossibile]

**228** ★☆ $(x^3-2x)(x^3+2x)+\frac{3}{5}x-2=x^2(x^4-6)-2\left(\frac{x}{5}-2\right)$ $\left[-2;\frac{3}{2}\right]$

**229** ★☆ $\frac{x^2-3x+5}{4}-2=\left(x+\frac{1}{2}\right)(x-3)+\left(\frac{x}{2}-1\right)^2-1$ $\left[-\frac{1}{4};3\right]$

**230** ★☆ $x(x^3+x-2)-(x-3)^2=(x^2-1)(x^2+1)-(x+1)(x-7)$ $[-3;5]$

**231** ★☆ $(x+2)^3+(x-3)(1-x)(3+x)=19x$ $\left[\frac{-1\pm 2\sqrt{2}}{7}\right]$

**232** ★☆ $(x-0,5)^3-\left(\frac{2x+1}{2}\right)^3=0$ [impossibile]

**233** ★☆ $x\left[x(1+x)-\frac{1}{4}\right]=\frac{(2x+1)^3}{8}$ $\left[-1\pm\frac{\sqrt{3}}{2}\right]$

**234** ★☆ $x(x^2-4)-x^2=(x-1)^3+2(x-2)-2x$ $\left[1;\frac{5}{2}\right]$

**235** ★☆ $x^2(x+3\sqrt{2})-(x+\sqrt{3})^3+3(3x+\sqrt{3})=0$ [0 doppia]

**359** $\frac{2}{x}-\frac{x^2}{x^2+4x}=\frac{16+x}{3x+12}$ $\left[\frac{3}{2}\right]$

**360** $\frac{x-2}{x+5}+\frac{6x-19}{x^2+3x-10}=\frac{1}{2-x}$ [impossibile]

**361** $\frac{1}{x^2+2x}+\frac{1}{x}=\frac{x+1}{2+x}-2$ $[-1; -3]$

**362** $4\left(\frac{x}{x-3}+\frac{1}{x}\right)=-\frac{13}{x^2-3x}$ $\left[-\frac{1}{2}\text{ doppia}\right]$

**363** $\frac{1}{x+2}+\frac{1}{x^2-2x+4}=\frac{7-x^2}{x^3+8}$ $\left[1; -\frac{1}{2}\right]$

**364** $\frac{3(x-1)}{x-2}+\frac{x(x-5)}{2x-4}=0$ $[-3]$

**365** $\frac{x+3}{x+2}+\frac{1}{x^2+3x+2}=2$ $[0]$

**366** $\frac{2}{x+1}-\frac{3}{x}=\frac{x-1}{2x+2}-\frac{x^2+3}{x^2+x}$ $[1]$

**367** $\frac{2-x}{(x+4)^2}+\frac{3}{x+4}=\frac{x-2}{x(x+4)}$ $[-6\pm2\sqrt{7}]$

**368** $\frac{6x^2-5x+3}{3x-9x^2}=\frac{2-x}{3x-1}-\frac{2x-3}{3x}$ $[4]$

**369** $\frac{x-2}{\sqrt{5}\,(5x-\sqrt{5})}+\frac{2}{5}=\frac{x^2}{5x-\sqrt{5}}$ [impossibile]

**370** $\frac{3x+1}{x}+3=\frac{25x-4}{x^2+2x}$ [1 doppia]

**371** $\frac{3}{2x+3}-\frac{x-2}{2x^2-3x}-\frac{6x-4}{4x^2-9}=0$ $[1; -3]$

**372** $\frac{x^2+1}{3+x}-2\cdot\frac{1-3x}{6+2x}+\frac{x-1}{2}=0$ $\left[\frac{1}{3}\right]$

**373** $\frac{x-2}{x+3}+\frac{9-x}{3x+x^2}=\frac{1}{2}$ $[3; 6]$

**374** $1-\frac{1}{x^2+2x+1}-\frac{2x}{1+x}=0$ [0 doppia]

**375** $\frac{2}{x}+\frac{1}{1-(x-1)^2}=3\cdot\frac{x}{2-x}$ $\left[1; -\frac{5}{3}\right]$

**376** $\frac{9a(a+1)}{a^2+4+4a}=1+\frac{3a}{2+a}$ $\left[-\frac{4}{5}; 1\right]$

**377** $\frac{(3-x)(x+3)+x^2}{x^2-2x}=0,5\cdot\left(1+\frac{1}{x}\right)$ $[5; -4]$

**378** $\frac{1}{a-2}+\frac{4}{a^2+2a}+2\left(\frac{1}{a^2-4}-\frac{1}{a}\right)=0$ $[8]$

**379** $\frac{2+x}{x-1}(x-3)-\frac{x^2}{x+1}=\frac{2x+3(x+2)}{1-x}$ $\left[-\frac{2}{3}; 0\right]$

**380** $\frac{5x+8}{x^2-8}-\frac{\sqrt{2}}{x+2\sqrt{2}}=\frac{x+3\sqrt{2}}{x-2\sqrt{2}}$ $[0; 5-6\sqrt{2}]$

**381** $\frac{x+2}{(2x)^2-2^4}\cdot x^2+0,25-\left(1-\frac{9-x}{4-2x}\right)=0$ $[4; -3]$

**382** $[(a+1)(1-a)+a^2+2]\cdot\frac{1}{5}+\frac{\frac{3}{5}a^2+40}{10a+a^2}=\frac{a-4}{a}$ [impossibile]

**383** $\frac{3x}{x^2-4x+4}-\frac{1+3x}{x^2-4}=\frac{1}{x^2+2x}$ $\left[-1; \frac{2}{5}\right]$

**384** $\frac{x+1}{x+\sqrt{2}}+\frac{x^2-10\sqrt{2}}{x^2-2}+\frac{3-x}{x-\sqrt{2}}=0$ $[-4; 2\sqrt{2}]$

**385** $\frac{4}{x^2-1}+\frac{15+7x}{x^4-5x^2+4}=\frac{2}{4-x^2}$ $\left[-\frac{3}{2}; \frac{1}{3}\right]$

**386** $\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{x}}}=x$ $\left[\pm\frac{\sqrt{2}}{2}\right]$

**387** $\frac{b^2+9-7b}{5b+b^2}+\frac{2}{b}(1+2b)=\frac{13}{5+b}$ [impossibile]

**388** $\frac{\frac{2}{x}+1}{1+\frac{3}{x}}=0,2\left[\frac{4x^2-(14+x)}{x^2+x-6}+1\right]$ $[x\neq0\wedge x\neq-3\wedge x\neq2]$

**389** $\frac{8\sqrt{5}}{5x^2-4}+\frac{2\sqrt{5}-3x}{2-x\sqrt{5}}=\frac{2x}{x\sqrt{5}+2}$ [impossibile]

ESERCIZI

**744** $x^2-2(k-4)x+2k+7=0$;

**a.** le radici sono reali;
**b.** una radice è uguale a $-2$;
**c.** le radici sono negative;
**d.** il rapporto tra le radici è uguale a 3;
**e.** la somma dei reciproci delle radici è uguale a 3.

$\left[\text{a) } k \leq 1 \vee k \geq 9;\ \text{b) } k=\frac{5}{6};\ \text{c) } -\frac{7}{2}<k\leq 1;\ \text{d) } k=\frac{2}{3} \vee k=10;\ \text{e) } k=-\frac{29}{4}\right]$

**745** $x^2-(k+6)x+k+9=0$;

**a.** le radici non sono reali;
**b.** le radici sono positive;
**c.** $x_1+x_2=\frac{2}{3}x_1x_2$;
**d.** $x_1=\frac{2}{5}x_2$;
**e.** $x_1-3x_1x_2>5-x_2$.

$\left[\text{a) } -8<k<0;\ \text{b) } k\geq 0;\ \text{c) } k=0;\ \text{d) } k=1 \wedge k=-\frac{81}{10};\ \text{e) } k<-13\right]$

**746** $(k-2)x^2-2(k+3)x+k=0$, con $k\neq 2$;

**a.** le soluzioni sono reali;
**b.** le soluzioni sono opposte;
**c.** la somma dei quadrati delle radici vale 66;
**d.** le soluzioni sono discordi.

$\left[\text{a) } k\geq -\frac{9}{8} \wedge k\neq 2;\ \text{b) } \nexists\, k\in\mathbb{R};\ \text{c) } k=1 \vee k=\frac{57}{16};\ \text{d) } 0<k<2\right]$

**747** $(m-1)x^2-2mx+4=0$, con $m\neq 1$;

**a.** la differenza delle radici è uguale a 0;
**b.** il prodotto delle radici è il triplo della loro somma;
**c.** le radici sono negative;
**d.** una radice è nulla.

$\left[\text{a) } m=2;\ \text{b) } m=\frac{2}{3};\ \text{c) } \nexists\, m\in\mathbb{R};\ \text{d) } \nexists\, m\in\mathbb{R}\right]$

**748** $(2-k)x^2+2(k+3)x-k-2=0$, con $k\neq 2$;

**a.** le radici sono reali e distinte;
**b.** la somma delle radici è minore o uguale a 2;
**c.** una radice è uguale a 1;
**d.** la somma dei reciproci delle radici è nulla.

$\left[\text{a) } k>-\frac{13}{6} \wedge k\neq 2;\ \text{b) } -\frac{13}{6}\leq k<2;\ \text{c) } \nexists\, k\in\mathbb{R};\ \text{d) } \nexists\, k\in\mathbb{R}\right]$

**749** $(5m-6)x^2+3=0$, con $m\neq \frac{6}{5}$;

**a.** le radici sono reali e coincidenti;
**b.** il prodotto delle radici è maggiore di $-3$;
**c.** la somma dei quadrati delle radici è uguale a 2;
**d.** il reciproco di una radice è opposto all'altra.

$\left[\text{a) } \nexists\, m\in\mathbb{R};\ \text{b) } m<1;\ \text{c) } m=\frac{3}{5};\ \text{d) } m=\frac{3}{5}\right]$

**750** $(3-m)x^2-(2m-3)x+1-m=0$, con $m\neq 3$;

**a.** le radici sono antireciproche;
**b.** le radici sono negative;
**c.** le radici sono positive;
**d.** le radici sono opposte.

$\left[\text{a) } m=2;\ \text{b) } \frac{3}{4}\leq m<1 \vee m>3;\ \text{c) } \nexists\, m\in\mathbb{R};\ \text{d) } m=\frac{3}{2}\right]$

**751** $m^2x^2-2mx-8=0$, con $m\neq 0$;

**a.** la differenza delle radici è nulla;
**b.** $x_1^3+x_2^3=7$;
**c.** le radici sono concordi;
**d.** la somma dei reciproci delle radici è uguale alla somma degli opposti delle radici;
**e.** le radici sono reciproche.

$\left[\text{a) } \nexists\, m\in\mathbb{R};\ \text{b) } m=2;\ \text{c) } \nexists\, m\in\mathbb{R};\ \text{d) } m=\pm 2\sqrt{2};\ \text{e) } \nexists\, m\in\mathbb{R}\right]$

**752** $(1+3k)x^2-6kx-1+3k=0$, con $k\neq -\frac{1}{3}$;

**a.** le radici sono opposte;
**b.** una radice è uguale a $\sqrt{3}$;
**c.** la somma dei reciproci delle radici è 12;
**d.** $3x_1x_2-x_1-x_2=17$.

$\left[\text{a) } k=0;\ \text{b) } k=-\frac{2+\sqrt{3}}{3};\ \text{c) } k=\frac{2}{5};\ \text{d) } k=-\frac{5}{12}\right]$

ESERCIZI

**753** ★★ $(a+1)x^2-2(a-1)x+2a-5=0$, con $a \neq -1$;

a. le radici sono reali e coincidenti;
b. una radice è nulla;
c. le radici sono reciproche;
d. una radice è $-2$;
e. una radice è l'opposto del reciproco dell'altra;
f. la somma dei quadrati delle radici è $\frac{1}{2}$.

[a) $a=-2 \vee a=3$; b) $a=\frac{5}{2}$; c) $\nexists a \in \mathbb{R}$; d) $a=\frac{1}{2}$; e) $a=\frac{4}{3}$; f) $a=3$]

**754** ★★ $x^2-5x+k+1=0$;

a. le radici sono uguali;
b. le radici sono concordi;
c. la somma dei reciproci delle radici è 3;
d. la somma dei quadrati dei reciproci delle radici è $\frac{7}{5}$.

[a) $k=\frac{21}{4}$; b) $-1<k\leq\frac{21}{4}$; c) $k=\frac{2}{3}$; d) $k=-6 \vee k=\frac{18}{7}$]

**755** ★★ $x^2+kx+k-1=0$;

a. $3x_1+3x_2+x_1x_2+7=0$;
b. una radice è nulla; determina l'altra;
c. la somma delle radici è uguale al loro prodotto;
d. la somma delle radici è uguale al quadrato del loro prodotto.

[a) $k=3$; b) $k=1, x=-1$; c) $k=\frac{1}{2}$; d) $\nexists k \in \mathbb{R}$]

**756** ★★ $10x^2+2(5k-1)x-k=0$;

a. le radici sono discordi;
b. una radice è nulla;
c. la somma dei quadrati delle radici è $\frac{7}{25}$;
d. la somma dei reciproci delle radici è 2.

[a) $k>0$; b) $k=0$; c) $k=-\frac{2}{5} \vee k=\frac{3}{5}$; d) $k=\frac{1}{4}$]

**757** ★★ $kx^2+2(k-1)x+k-3=0$, con $k\neq 0$;

a. la somma delle soluzioni è negativa;
b. il prodotto delle soluzioni è negativo;
c. una soluzione è $-1$;
d. una soluzione è la metà dell'altra.

[a) $-1\leq k<0 \vee k>1$; b) $0<k<3$; c) $\nexists k \in \mathbb{R}$; d) $k=\frac{11\pm3\sqrt{17}}{2}$]

**758** ★★ $(2-k)x^2+2kx+1=0$, con $k\neq 2$;

a. $(x_1-x_2)^2=40$;
b. la somma delle soluzioni è negativa;
c. le soluzioni sono opposte;
d. una soluzione $x_1$ è tale che $|x_1|=1$.

[a) $k=\frac{14}{9}, k=3$; b) $1<k<2$; c) $\nexists k \in \mathbb{R}$; d) $k=1 \vee k=-3$]

**759** ★★ $(k+2)x^2-2kx-(k-3)=0$, con $k\neq-2$;

a. le radici sono discordi;
b. una radice è nulla;
c. il prodotto delle radici è uguale al doppio della loro somma;
d. $|x_1-x_2|=6$;
e. le radici sono negative.

[a) $k<-2 \vee k>3$; b) $k=3$; c) $\nexists k \in \mathbb{R}$; d) $k=\frac{-37\pm\sqrt{193}}{14}$; e) $-2<k\leq-\frac{3}{2}$]

**760** ★★ $x^2+6x+9-m^2=0$;

a. una radice è nulla;
b. $\frac{x_2+x_1}{x_2-x_1}=-\frac{1}{3}$;
c. le radici sono positive;
d. $x_1-2x_2=-1$.

[a) $m=\pm3$; b) $m=\pm9$; c) $\nexists m \in \mathbb{R}$; d) $m=\pm\frac{4}{3}$]

**761** ★★ $(k+2)x^2-2kx+k-3=0$, con $k\neq-2$;

a. le soluzioni sono reali;
b. le radici sono concordi;
c. una soluzione è uguale a $-3$;
d. la somma delle soluzioni è uguale a quella dei loro reciproci.

[a) $k\geq-6 \wedge k\neq-2$; b) $-6\leq k<-2 \vee k>3$; c) $k=-\frac{15}{16}$; d) $k=0$]

**198** $(2-x)^2 > (1-x)[4+(x+1)]$ $\left[x < -\frac{\sqrt{2}}{2} \vee x > \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$

**199** $x(x-0,\bar{3})-0,5(x-2) < -3$ [impossibile]

**200** $(x+2)^2-3(x+5) < 4-x^2$ $\left[-3 < x < \frac{5}{2}\right]$

**201** $2x\left(2x-\frac{1}{4}\right)+\frac{5}{2}(x+3) > \frac{(\sqrt{2}x+1)(1-\sqrt{2}x)}{2}$ $[\forall x \in \mathbb{R}]$

**202** $1,5x(x-4)+\left(\frac{x}{2}-3\right)^2+0,25x(x+12) \leq 4,5$ $[x = 1,5]$

**203** $2\left(\frac{2-x}{3}\right)^2+\frac{4-x}{3}-\frac{2}{3} > 0$ $\left[x < 2 \vee x > \frac{7}{2}\right]$

**204** $\frac{(x+2)^2}{16}+\frac{1+x}{8} < \frac{(x-2)^2}{8}+\frac{2-x}{4}$ $[x < 9-\sqrt{71} \vee x > 9+\sqrt{71}]$

**205** $(4x+3)^2+17(x+1)(1-x) < 11(2x+3)-6$ $[x \neq 1]$

**206** $(x-7)^2+\left(x-\frac{1}{5}\right)(1-2x)+13x \geq \frac{6}{5}\left(\frac{x}{3}-1\right)$ $[-5\sqrt{2} \leq x \leq 5\sqrt{2}]$

**207** $(x-1)\left(x-\frac{1}{3}\right) > \left(x-\frac{1}{4}\right)\left(2x-\frac{1}{3}\right)+\frac{1}{2}$ [impossibile]

**208** $\left(x-\frac{11}{7}\right)^2-\left(3+\frac{x}{2}\right)+3(1+x) > 0$ $[\forall x \in \mathbb{R}]$

**209** $(1-2x)^2+\left(x-\frac{1}{2}\right)(1+2x)-[2-x-(-3x)^2] < 7\left(\frac{1}{2}+x\right)-5(1-x)$ $[0 < x < 1]$

**210** $(x^2-4)^2 \geq (x^2+4)^2+2(x-2)(x+2)$ $\left[-\frac{2}{3} \leq x \leq \frac{2}{3}\right]$

**211** $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-3(2x-1)-\frac{3}{2}\left(x^2-\frac{1}{3}\right) \geq \frac{5}{2}\left(\frac{3}{2}+4x\right)$ $[-30 \leq x \leq 0]$

**212** $\frac{8+5x^2}{3}-\frac{x+3\sqrt{2}}{\sqrt{2}}-x^2 \geq 0$ $\left[x \leq -\frac{\sqrt{2}}{4} \vee x \geq \sqrt{2}\right]$

**213** $\frac{(x-4)^2}{3}+\frac{5(x^2+2)}{6} \geq \frac{(2x-1)^2}{4}$ $[\forall x \in \mathbb{R}]$

**214** $(3x+2)\left(\frac{1}{4}x-1\right)+\left(\frac{1}{2}x-\frac{5}{2}\right)^2 \leq 4-6x$ $\left[x = -\frac{1}{2}\right]$

**215** $(x-2)^3-(3x+4)^2+x(3-x^2)+30 \geq 0$ $\left[-1 \leq x \leq \frac{2}{5}\right]$

**216** $\frac{(3x+1)(x-2)}{7}+\frac{(x+5)^2}{14} \leq \frac{3}{2}$ $[x = 0]$

**217** $\left(\frac{3}{2}-b\right)^2+\frac{1}{3}(b^2+7) > \frac{(b-4)^2}{3}-\frac{1}{12}$ $\left[b < -\frac{2}{3} \vee b > 1\right]$

**218** $\frac{1}{5}(1-4x^2)-3(2x+5)-\frac{2}{5}\left(x-\frac{7}{6}\right) > 0$ [impossibile]

**219** $(2x+3)(2x-3)-(3x-5)^2 < 4x^2+66-30x$ $\left[x \neq \frac{10}{3}\right]$

**391** $\frac{-x^2-x+6}{(x-\sqrt{2})^2}>0$ $[-3<x<2 \wedge x\neq\sqrt{2}]$

**392** $\frac{5-x}{\sqrt{2}\,x^2+2x-4\sqrt{2}}>0$ $[x<-2\sqrt{2} \vee \sqrt{2}<x<5]$

**393** $\frac{10+x^2+x}{(x-3)^2}\geq 0$ $[x\neq 3]$

**394** $\frac{x^2-7x+12}{2x+1}>0$ $\left[-\frac{1}{2}<x<3 \vee x>4\right]$

**395** $\frac{2x^2+7x-15}{-3x^2+7x-2}<0$ $\left[x<-5 \vee \frac{1}{3}<x<\frac{3}{2} \vee x>2\right]$

**396** AL VOLO $\frac{x^2-4x+4}{x^2+6x+9}\leq 0$

**397** $\frac{x-3-2x^2}{5-x}>0$ $[x>5]$

**398** $\frac{4x-x^2}{x+8}\geq 0$ $[x<-8 \vee 0\leq x\leq 4]$

**399** $\frac{x^2+9}{x^2-3x+2}\geq 0$ $[x<1 \vee x>2]$

**400** $\frac{7x-2-3x^2}{3x+5}<0$ $\left[-\frac{5}{3}<x<\frac{1}{3} \vee x>2\right]$

**401** $\frac{2x^2+8}{x^3-4x^2-5x}\leq 0$ $[x<-1 \vee 0<x<5]$

**402** $\frac{x^2-2x}{x^2(x-6)}>0$ $[0<x<2 \vee x>6]$

**403** $\frac{x-x^3}{4x^2-9}\leq 0$ $\left[-\frac{3}{2}<x\leq -1 \vee 0\leq x\leq 1 \vee x>\frac{3}{2}\right]$

**404** $\frac{4x^2+2}{x^2+x^3}<0$ $[x<-1]$

**405** $\frac{3+x^2}{x^2-5x+6}\geq 0$ $[x<2 \vee x>3]$

**406** $\frac{x^3(3x-1)^2}{-x^2-11}<0$ $\left[x>0 \wedge x\neq\frac{1}{3}\right]$

**407** $\frac{16-x^4}{27-x^3}>0$ $[-2<x<2 \vee x>3]$

**408** $\frac{3x^2+5x-2}{x^2+3x}\leq 0$ $\left[-3<x\leq -2 \vee 0<x\leq\frac{1}{3}\right]$

**409** $\frac{2x^2+5\sqrt{2}\,x+4}{x^2-2}\leq 0$ $\left[-2\sqrt{2}\leq x<-\sqrt{2} \vee -\frac{\sqrt{2}}{2}\leq x<\sqrt{2}\right]$

**410** $\frac{x^3-4\sqrt{2}\,x^2+6x}{(x-1)^5}\leq 0$ $[0\leq x<1 \vee \sqrt{2}\leq x\leq 3\sqrt{2}]$

**411** $\frac{x-3x^2}{(x-5)(x^2-3x+4)}<0$ $\left[0<x<\frac{1}{3} \vee x>5\right]$

**412** $\frac{(x-1)^2(x+8)}{x^3-16x}\geq 0$ $[x\leq -8 \vee -4<x<0 \vee x=1 \vee x>4]$

**413** $\frac{x(2x^2+7x-4)}{(2-x)^3}<0$ $\left[x<-4 \vee 0<x<\frac{1}{2} \vee x>2\right]$

**414** $\frac{x^4+8x^2-9}{x(3-x)}\geq 0$ $[-1\leq x<0 \vee 1\leq x<3]$

**415** $\frac{3x^3+x}{4x^2-11x+6}>0$ $\left[0<x<\frac{3}{4} \vee x>2\right]$

**416** $\frac{\left(x-\frac{1}{2}\right)^5(x^2+4)}{64+x^3}\geq 0$ $\left[x<-4 \vee x\geq\frac{1}{2}\right]$

**417** $\frac{(2x^2+4x+2)(-x^2-25)}{(3x+4)^2(-5x-6)^3}<0$ $\left[x<-\frac{6}{5} \wedge x\neq -\frac{4}{3}\right]$

**418** $\frac{x^2(-36-x^2)}{(-x^2-x-1)(x^2+10x+25)}\leq 0$ $[x=0]$

**419** $\frac{(4x^2+20x+25)(x^2+16)}{(7x+21)^2}>0$ $\left[x\neq -3 \wedge x\neq -\frac{5}{2}\right]$

**420** $\frac{(x^2+1)(2x+3)}{(x^2+2x-8)(x^2-8x+16)}>0$ $\left[-4<x<-\frac{3}{2} \vee 2<x<4 \vee x>4\right]$

**421** **ASSOCIA** ogni disequazione alla soluzione corrispondente.

**a.** $\frac{(x-2)^2}{x^2-2x-3}\leq 0$ **b.** $-\frac{(x-2)^2}{x^2-2x-3}>0$ **c.** $\frac{x^2-2x-3}{x^4}<0$ **d.** $\frac{x^4(x^2-2x-3)}{(x-2)^2}\geq 0$

**1.** $x\leq -1 \vee x=0 \vee x\geq 3$ **2.** $-1<x<3$ **3.** $-1<x<0 \vee 0<x<3$ **4.** $-1<x<2 \vee 2<x<3$

ESERCIZI