COMPITI DELLE VACANZE di MATEMATICA futura 4LES

- Svolgi, PER OGNI tipologia di esercizio, ALMENO la metà degli esercizi proposti.
- Risolvi gli esercizi inserendo sempre le regole che utilizzi;
- Per chi deve rafforzare la preparazione gli esercizi da eseguire sono invece più della metà di quelli proposti;
- Rivedere e le regole inserite nel drive.
- Svolgi gli esercizi su fogli (pinzati tra loro e/ inseriti in una busta di plastica) da consegnare il primo giorno al rientro delle vacanze alla professoressa per essere valutati;

## EQUAZIONI FRATTE DI 1° GRADO

**69** **ESERCIZIO GUIDA** Semplifichiamo le frazioni algebriche:

**a.** $\frac{10x^6y^4}{2xy^5}$; **b.** $\frac{x^2-5x}{xy-5y}$; **c.** $\frac{x^2-6x+9}{x^2-2x-3}$.

dividiamo per c

$\frac{a \cdot c}{b \cdot c} = \frac{a}{b}$ frazione semplificata

C.E.: $b \neq 0 \wedge c \neq 0$

**a.** C.E.: $x \neq 0 \wedge y \neq 0$. $\quad \frac{10x^6y^4}{2xy^5} = \frac{\overset{5}{\cancel{10}}\,x^{\overset{5}{\cancel{6}}}\,\cancel{y^4}}{\cancel{2}\,\cancel{x}\,y^{\cancel{5}}} = \frac{5x^5}{y}$.

**b.** C.E.: $xy-5y \neq 0 \rightarrow y(x-5) \neq 0 \rightarrow y \neq 0 \wedge x \neq 5$.
Scomponiamo numeratore e denominatore e semplifichiamo i fattori comuni:

$$\frac{x^2-5x}{xy-5y} = \frac{x\cancel{(x-5)}}{y\cancel{(x-5)}} = \frac{x}{y}.$$

**c.** C.E.: $x^2-2x-3 \neq 0 \rightarrow (x-3)(x+1) \neq 0 \rightarrow x \neq 3 \wedge x \neq -1$.
Scomponiamo numeratore e denominatore e semplifichiamo i fattori comuni.

$$\frac{x^2-6x+9}{x^2-2x-3} = \frac{(x-3)^{\cancel{2}}}{\cancel{(x-3)}(x+1)} = \frac{x-3}{x+1}.$$

## Risolvere un'equazione fratta

Risolviamo l'equazione $\frac{x+2}{x^2-7x+12}-1=\frac{x}{4-x}$.

- **Scomponiamo in fattori i denominatori.**

$$\frac{x+2}{x^2-7x+12}-1=\frac{x}{4-x} \rightarrow \frac{x+2}{(x-4)(x-3)}-1=\frac{x}{4-x} \rightarrow \frac{x+2}{(x-4)(x-3)}-1=-\frac{x}{x-4}.$$

scomponiamo il trinomio speciale

*Osserva sempre se è possibile cambiare segno a una frazione per avere fattori comuni al denominatore.*

- **Poniamo le C.E.**

C.E.: $x \neq 4 \wedge x \neq 3$.

- **Riduciamo allo stesso denominatore.**

Troviamo il mcm dei denominatori: $(x-4)(x-3)$.

$$\frac{x+2-(x-4)(x-3)}{(x-4)(x-3)}=\frac{-x(x-3)}{(x-4)(x-3)}$$

- **Moltiplichiamo entrambi i membri per il denominatore comune e semplifichiamo.**

$$x+2-(x-4)(x-3)=-x(x-3) \rightarrow x+2\cancel{-x^2}+7x-12=\cancel{-x^2}+3x \rightarrow$$

$$5x=10 \rightarrow x=2.$$

*Il denominatore si può semplificare perché è diverso da 0 per le C.E.*

- **Controlliamo l'accettabilità della soluzione.**

Confrontiamo la soluzione con le C.E.
Poiché la soluzione $x=2$ è diversa dai valori scartati, è accettabile e l'equazione è determinata.

*Un'equazione fratta può risultare impossibile anche se si trova un valore per x che è soluzione dell'equazione intera. Infatti, potrebbe essere scartato per le C.E.*

**349** $\dfrac{1-2x}{2x+4}+\dfrac{1}{2}=\dfrac{3}{x+2}$ $\quad[-3]$

**350** $\dfrac{x-1}{x+5}=\dfrac{3+x}{x+1}$ $\quad[-2]$

**351** $\dfrac{-5}{3x-6}-\dfrac{x+3}{x^2-4}=0$ $\quad\left[-\dfrac{19}{8}\right]$

**352** $\dfrac{7x-5}{x^2}-\dfrac{x^2-2x+1}{3x}=\dfrac{-x+2}{3}$ $\quad\left[\dfrac{3}{4}\right]$

**353** $\dfrac{2x-5}{1-3x}=\dfrac{4x+15}{9x-3}$ $\quad[0]$

**354** $\dfrac{3x+2}{x}=\dfrac{4x}{3x-1}+\dfrac{5x^2-2}{3x^2-x}$ $\quad$[impossibile]

**355** $\dfrac{x-5}{x+3}-\dfrac{1}{2}=\dfrac{3}{4}$ $\quad[-35]$

**356** $\dfrac{3x+1}{x}=\dfrac{9x+3}{3x+1}$ $\quad$[impossibile]

**357** $\dfrac{1+4x}{4x-4}+\dfrac{3}{2x}=\dfrac{x+1}{x-1}$ $\quad[2]$

**358** $\dfrac{4-x^2}{3-x}=1+x$ $\quad\left[\dfrac{1}{2}\right]$

**359** $\dfrac{x+3(1-2x)}{x^2+4x+4}-\dfrac{3x}{x+2}=-3$ $\quad[-15]$

**360** $2+\dfrac{1-x}{x^2}=\dfrac{-x+3(x+2)}{x}$ $\quad\left[\dfrac{1}{7}\right]$

**362** $\dfrac{5-x}{x^2+3x}+\dfrac{x+1}{2x}=\dfrac{x-4}{2x+6}$ $\quad\left[-\dfrac{13}{6}\right]$

**363** $\dfrac{3x}{4x-2}-\dfrac{2x}{6x-3}=\dfrac{5}{2x-1}$ $\quad[6]$

**364** $\dfrac{9}{x^2+4x+4}=1-\dfrac{x}{x+2}$ $\quad\left[\dfrac{5}{2}\right]$

**365** $\dfrac{4x}{1+x}-3=\dfrac{3x-9}{3x+3}$ $\quad[\text{ind., } x\neq-1]$

**366** $\dfrac{3x+1}{7x}-\dfrac{2}{21}=\dfrac{x^2-2x+1}{3x^2-3x}$ $\quad$[impossibile]

**367** $\dfrac{13-6x}{2x+5}-\dfrac{8-3x}{x-1}=\dfrac{15x-1}{4x^2+6x-10}$ $\quad[5]$

**368** $-\dfrac{8x+7}{2x+1}+\dfrac{2(4+7x+2x^2)}{(x-2)(1+2x)}+2=0$ $\quad\left[-\dfrac{18}{17}\right]$

**369** $\dfrac{9x^2+4}{6x^2-3x}=\dfrac{4x+1}{2x}-\dfrac{x+1}{2x-1}$ $\quad\left[-\dfrac{11}{12}\right]$

**370** $\dfrac{1}{x-1}+\dfrac{x+4}{x^2+2x-3}=\dfrac{25+11x+2x^2}{(x-1)(x+3)^2}$ $\quad[2]$

**371** $\left(\dfrac{2-x}{2+x}-1\right)\left(\dfrac{x+1}{2+x}-1\right)=\dfrac{4}{x^2+4x+4}$ $\quad[2]$

**372** $\dfrac{9x-4}{x-2}=\left(3+\dfrac{2}{x-2}\right)\left(3-\dfrac{2}{x-2}\right)$ $\quad\left[\dfrac{12}{7}\right]$

**373** $\dfrac{1-x^2}{2x^3-16}=\dfrac{4x-3}{x^2+2x+4}+\dfrac{9}{4-2x}$ $\quad\left[-\dfrac{5}{8}\right]$

## DISEQUAZIONI FRATTE DI 1° GRADO

**511** **ESERCIZIO GUIDA** Risolviamo la disequazione $\dfrac{1}{5}+\dfrac{6}{x-3}\leq\dfrac{7}{5x-15}$.

Trasportiamo al primo membro, riduciamo le frazioni allo stesso denominatore e sommiamo.

$$\frac{x-3}{5(x-3)}+\frac{6\cdot5}{5(x-3)}-\frac{7}{5(x-3)}\leq0 \quad\to\quad \frac{x+20}{5(x-3)}\leq0.$$

La disequazione è ora in forma normale.
Studiamo il segno della frazione ottenuta.

$N>0 \to x+20>0 \to x>-20;$

$D>0 \to 5(x-3)>0 \to x>3.$

| | | $-20$ | | $3$ | |
|---|---|---|---|---|---|
| N | $-$ | 0 | $+$ | \| | $+$ |
| D | $-$ | \| | $-$ | 0 | $+$ |
| $\frac{N}{D}$ | $+$ | 0 | $-$ | $\nexists$ | $+$ |

La disequazione è verificata quando $\dfrac{N}{D}\leq0$, quindi per $-20\leq x<3$.

Risolvi le seguenti disequazioni.

**512** $\dfrac{4}{3x}\leq\dfrac{1}{9}$ $\quad[x<0\vee x\geq12]$

**513** $\dfrac{x-8}{2x+1}\leq1$ $\quad\left[x\leq-9\vee x>-\dfrac{1}{2}\right]$

**514** $\dfrac{x+1}{5x-1}>-1$ $\quad\left[x<0\vee x>\dfrac{1}{5}\right]$

**515** $\dfrac{x-3}{4-x}+1\leq0$ $\quad[x>4]$

**516** $\frac{3x-5}{2x-6} > \frac{x}{x-3}$ $[x < 3 \vee x > 5]$

**517** $\frac{x-5}{2x-8} \leq \frac{1}{2}$ $[x > 4]$

**518** $\frac{4-x^2}{x} > \frac{1-2x}{2}$ $[0 < x < 8]$

**519** $\frac{x+5}{x+1} - 3 \leq -\frac{4x-1}{2x+2}$ $[x < -1]$

**520** $\frac{4}{3} > \frac{x-2}{2x-2} + \frac{1}{x-1}$ $\left[x < 1 \vee x > \frac{8}{5}\right]$

**521** $\frac{13x+5}{2x+1} - 8 < 0$ $\left[x < -1 \vee x > -\frac{1}{2}\right]$

**522** $-\frac{3x}{2x+8} > \frac{10-4x}{x+4}$ $[x < -4 \vee x > 4]$

**523** $0 \leq \frac{x-1}{3x+4} - \frac{3x-2}{6x+8}$ $\left[-\frac{4}{3} < x \leq 0\right]$

**524** $-\frac{1}{x} - 3 \geq \frac{2x+1}{2x}$ $\left[-\frac{3}{8} \leq x < 0\right]$

**528** $\frac{1}{x+6} - 2 \geq \frac{1}{3x+18}$ $\left[-6 < x \leq -\frac{17}{3}\right]$

**529** $\frac{2}{x-5} < \frac{1}{x+1}$ $[x < -7 \vee -1 < x < 5]$

**530** $\frac{1}{2x} - \frac{3}{7-x} \leq 0$ $[x < 0 \vee 1 \leq x < 7]$

**531** $1 + \frac{x}{x^2-4} > \frac{x+1}{x-2}$ $[x < -3 \vee -2 < x < 2]$

**532** $\frac{3}{x+6} \leq \frac{6-x}{x} + 1$ $[-12 \leq x < -6 \vee x > 0]$

**533** $\frac{4}{2x-1} \leq \frac{3}{2x+1}$ $\left[x \leq -\frac{7}{2} \vee -\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2}\right]$

**534** $\frac{x}{x+6} - \frac{12-14x}{x^2-36} \geq \frac{x}{x-6}$ $[x > -6 \wedge x \neq 6]$

**535** $\frac{6(x+1)}{9-x^2} + \frac{2}{x+3} > \frac{3}{3-x}$ $[x < 3 \wedge x \neq -3]$

**536** $\frac{5}{x^2+5x} - \frac{1}{x} \leq 1$ $[x \leq -6 \vee (x > -5 \wedge x \neq 0)]$

## DISEQUAZIONI FRATTE DI 2° GRADO

Risolvi le seguenti disequazioni scomponendo in fattori.

**487** $\frac{x^2+2x}{x^2-9} > 0$ $[x < -3 \vee -2 < x < 0 \vee x > 3]$

**IN 3 PASSI**

1. Scomponi in fattori numeratore e denominatore.
2. Compila il quadro dei segni con una riga per ciascuno dei quattro fattori.
3. Determina il segno della frazione con la regola dei segni e scrivi l'insieme soluzione.

**488** $\frac{4x-x^2}{x^2-4} \geq 0$ $[-2 < x \leq 0 \vee 2 < x \leq 4]$

**489** $\frac{x^2-x-2}{x(3-x)} > 0$ $[-1 < x < 0 \vee 2 < x < 3]$

**490** $\frac{4x^2-1}{x^2+2x+1} < 0$ $\left[-\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2}\right]$

**491** $\frac{x^2+5x+4}{x^3+x} \geq 0$ $[-4 \leq x \leq -1 \vee x > 0]$

**492** $\frac{3x^2-3x^3}{16-x^2} < 0$ $[x < -4 \vee 1 < x < 4]$

**493** $\frac{x^2-1}{2x^3-4x^2} < 0$ $[x < -1 \vee 1 < x < 2]$

**398** **ESERCIZIO GUIDA** Risolviamo la disequazione $\dfrac{x^2-10x+24}{2x^2-7x-15}>0$.

- Studiamo il segno del numeratore:
  $x^2-10x+24>0$.
  Equazione associata: $x^2-10x+24=0$
  $$\frac{\Delta}{4}=25-24=1 \rightarrow x=5\pm 1 = \begin{cases} 6, \\ 4. \end{cases}$$
  Il numeratore è positivo per valori esterni all'intervallo di estremi 4 e 6:
  $x<4 \ \vee \ x>6$.

- Studiamo il segno del denominatore:
  $2x^2-7x-15>0$.
  Equazione associata: $2x^2-7x-15=0$
  $$\Delta=49+120=169 \rightarrow x=\frac{7\pm 13}{4}=\begin{cases} 5, \\ -\frac{3}{2}. \end{cases}$$
  Il denominatore è positivo per valori esterni all'intervallo di estremi $-\frac{3}{2}$ e 5:
  $x<-\frac{3}{2} \ \vee \ x>5$.

- Compiliamo il quadro dei segni.

La disequazione è verificata per:

$x<-\frac{3}{2} \ \vee \ 4<x<5 \ \vee \ x>6$.

**Osservazione.** Per brevità, non abbiamo scritto la condizione di esistenza, segnando direttamente nel quadro i valori di $x$ per cui la frazione non esiste.

| | | $-\frac{3}{2}$ | | 4 | | 5 | | 6 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| N | + | | + | 0 | − | | − | 0 | + |
| D | + | 0 | − | | − | 0 | + | | + |
| $\frac{N}{D}$ | + | ∄ | − | 0 | + | ∄ | − | 0 | + |

**399** $\dfrac{x+3}{5-2x}>0$ $\left[-3<x<\frac{5}{2}\right]$

**400** $\dfrac{4x+3}{x+3}\geq 0$ $\left[x<-3 \vee x\geq -\frac{3}{4}\right]$

**401** $\dfrac{1-x}{1-3x}\leq 0$ $\left[\frac{1}{3}<x\leq 1\right]$

**402** $\dfrac{1-3x}{x+4}>0$ $\left[-4<x<\frac{1}{3}\right]$

**403** $-\dfrac{2x+1}{7-x}\leq 0$ $\left[-\frac{1}{2}\leq x<7\right]$

**404** $\dfrac{-(2-x)-(3+2x)}{1-x}<0$ $[-5<x<1]$

**405** $\dfrac{x^2-4}{x}>0$ $[-2<x<0 \ \vee \ x>2]$

**406** $\dfrac{x^2-2x}{3+x}\leq 0$ $[x<-3 \vee 0\leq x\leq 2]$

**407** $\dfrac{x^2+5x}{x^2+16}>0$ $[x<-5 \vee x>0]$

**408** $\dfrac{2x}{6x^2+x-5}\leq 0$ $\left[x<-1 \ \vee \ 0\leq x<\frac{5}{6}\right]$

**409** $\dfrac{(5-x)^3}{3-x}<0$ $[3<x<5]$

**410** $\dfrac{x^2+4x+4}{12x-4-9x^2}\geq 0$ $[x=-2]$

**416** $\dfrac{4x^2+4x+1}{x^2+6x+8}<0$ $[-4<x<-2]$

**417** $\dfrac{x^2-4x+3}{x^2+x-12}\geq 0$ $[x<-4 \vee x\geq 1 \wedge x\neq 3]$

**418** $\dfrac{-x^2+7x-12}{2x^2-7x+3}>0$ $\left[\frac{1}{2}<x<3 \vee 3<x<4\right]$

**419** $\dfrac{x^2-2x-8}{x^3+x}\geq 0$ $[-2\leq x<0 \vee x\geq 4]$

**IN 4 PASSI**

1. Scomponi il denominatore nei fattori $D_1$ e $D_2$.
2. Studia il segno del numeratore $N$ e dei fattori $D_1$ e $D_2$.
3. Compila il quadro dei segni ed escludi i valori di $x$ per cui $D_1$ e $D_2$ si annullano.
4. Deduci la soluzione.

**420** $\dfrac{x^2-8x+16}{(x+1)(2x-11)}<0$ $\left[-1<x<\frac{11}{2} \wedge x\neq 4\right]$

**421** $\dfrac{(3x-4)(x+5)}{x^2+3x-10}\geq 0$ $\left[x\leq\frac{4}{3} \wedge x\neq -5 \vee x>2\right]$

**422** $\dfrac{(1-x)^4(x-2)^3}{x(x-3)^2}>0$ $[x<0 \vee x>2, x\neq 3]$

**423** $\dfrac{-x^4+x^2}{4x^2-9}>0$ $\left[-\frac{3}{2}<x<-1 \vee 1<x<\frac{3}{2}\right]$

**46** **ESERCIZIO GUIDA** Determiniamo vertice, fuoco, asse e direttrice della parabola di equazione $y = x^2 + 6x - 1$.

I coefficienti della parabola sono: $a = 1$, $b = 6$, $c = -1$. Calcoliamo il discriminante:

$$\Delta = b^2 - 4ac = 6^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-1) = 36 + 4 = 40.$$

- Vertice $V$:

$$x_V = -\frac{b}{2a} = -\frac{6}{2 \cdot 1} = -3$$
$$y_V = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{40}{4 \cdot 1} = -10 \quad \rightarrow V(-3; -10).$$

In alternativa, possiamo calcolare l'ordinata $y_V$ del vertice sostituendo a $x$ il valore $-3$ di $x_V$ nell'equazione della parabola:

$$y_V = (-3)^2 + 6 \cdot (-3) - 1 = -10.$$

- Fuoco $F$:

$$x_F = x_V = -3;$$
$$y_F = \frac{1 - \Delta}{4a} = \frac{1 - 40}{4 \cdot 1} = -\frac{39}{4};$$
$$F\left(-3; -\frac{39}{4}\right).$$

- Asse:
è l'insieme dei punti che hanno la stessa ascissa del vertice, quindi ha equazione:

$$x = -3.$$

- Direttrice:

$$y = -\frac{1 + \Delta}{4a} = -\frac{1 + 40}{4 \cdot 1} = -\frac{41}{4}.$$

**Determina, per le seguenti parabole, vertice, fuoco, direttrice e asse di simmetria.**

**47** $y = x^2 - 1$

**48** $y = -x^2 - 3x$

**49** $y = x^2 + 3x + 2$

**50** $y = -x^2 - 2x + 3$

**51** $y = x^2 - 2x - 8$

**52** $y = -4x^2 + 4$

**53** $y = -x^2 + 6x$

**54** $y = x^2 - 4x + 4$

**55** $y = (x + 3)^2$

**56** $y = (x - 1)(x + 2)$

**57** $y = -\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{4}$

**58** $3y = x^2 - 4x$

## I FONDAMENTALI

**10**

## Rappresentare una parabola

Disegniamo la parabola di equazione $y = -x^2 + x + 2$.

- **Individuiamo i coefficienti $a$, $b$ e $c$.**
L'equazione della parabola è scritta nella forma $y = ax^2 + bx + c$, con:
$a = -1, b = 1, c = 2.$

*Per poter leggere $a$, $b$ e $c$ è necessario che l'equazione sia scritta nella forma $y = ax^2 + bx + c$.*

- **Determiniamo la concavità della parabola.**
Poiché $a = -1 < 0$, la concavità della parabola è rivolta verso il basso.

- **Troviamo l'equazione dell'asse di simmetria.**
L'asse di simmetria ha equazione:

$$x = -\frac{b}{2a} \quad \rightarrow \quad x = -\frac{1}{2 \cdot (-1)} \quad \rightarrow \quad x = \frac{1}{2}.$$

- **Calcoliamo le coordinate del vertice.**
Il vertice $V$ della parabola appartiene all'asse di simmetria, quindi ha ascissa $x_V = \frac{1}{2}$. Per determinare l'ordinata $y_V$ possiamo non applicare la formula $y_V = \frac{-b^2 + 4ac}{4a}$, ma sostituire il valore $x_V$ a $x$ nell'equazione della parabola.

$$y_V = -x_V^2 + x_V + 2 = -\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} + 2 = -\frac{1}{4} + \frac{1}{2} + 2 = \frac{9}{4}$$

Il vertice è perciò $V\left(\frac{1}{2}; \frac{9}{4}\right)$.

*Il vertice è un punto che appartiene alla parabola. Quindi, se conosciamo l'ascissa, possiamo sostituirla nell'equazione della parabola per trovare l'ordinata.*

- **Determiniamo le intersezioni della parabola con gli assi cartesiani.**
  Mettiamo a sistema l'equazione della parabola con quella di ciascun asse.

Asse $y$: $\begin{cases} y=-x^2+x+2 \\ x=0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y=2 \\ x=0 \end{cases}$.

In generale, l'intersezione della parabola di equazione $y = ax^2 + bx + c$ con l'asse $y$ è data dal punto $(0; c)$.

La parabola interseca l'asse $y$ nel punto $(0; 2)$.

Poiché il vertice ha ordinata positiva e la concavità è rivolta verso il basso, esistono le intersezioni della parabola con l'asse $x$.

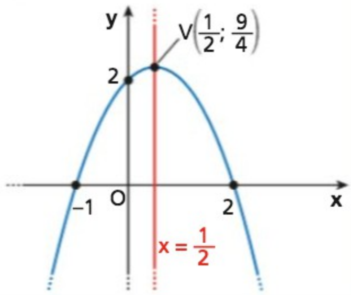
Prima di cercare i punti di intersezione della parabola con l'asse $x$, è utile rappresentare il vertice e tener conto della concavità.

Asse $x$: $\begin{cases} y=-x^2+x+2 \\ y=0 \end{cases} \rightarrow -x^2+x+2=0 \rightarrow$

$x^2-x-2=0 \rightarrow \Delta=9 \rightarrow x=\dfrac{1\pm 3}{2} \rightarrow x_1=-1, x_2=2.$

La parabola interseca l'asse $x$ nei punti $(-1; 0)$ e $(2; 0)$.

- **Disegniamo la parabola.**
  Rappresentiamo sul piano cartesiano i punti determinati e disegniamo la parabola.




**Disegna le parabole che hanno le seguenti equazioni.**

**61** $y=-x^2+3x+4$

**62** $y=-3x^2+3$

**63** $y=3x^2+6$

**64** $y=-x^2+2x+3$

**65** $y=-x^2+\dfrac{1}{4}x$

**66** $y=\dfrac{3}{2}x^2-x$

**67** $y=\dfrac{1}{2}x^2-x+\dfrac{1}{2}$

**68** $y=x^2-2x$

**69** $y=3x^2-2x+1$

**70** $y=x^2+2x+3$

**71** $y=-2x^2+15x-7$

**72** $y=x^2-9$

**73** $y=4x^2+x$

**74** $y=(x-1)^2$

**75** $2y=-x^2+1$

**76** $-x^2+y-1=0$

**77** $x^2=y+4$

**78** $y=-(x+2)(-x+5)$

**194** **ESERCIZIO GUIDA** Determiniamo, se ci sono, le intersezioni tra la parabola di equazione $y = x^2 + 4x - 1$ e le rette $r$ e $s$ rispettivamente di equazioni $y = 3x + 1$ e $y = -2x - 10$, e disegniamo il grafico.

Risolviamo i seguenti sistemi per ottenere le intersezioni rispettivamente con $r$ e con $s$.

- Primo sistema:

$$\begin{cases} y = 3x + 1 \\ y = x^2 + 4x - 1 \end{cases} \rightarrow \quad x^2 + 4x - 1 = 3x + 1 \rightarrow x^2 + x - 2 = 0 \rightarrow x_1 = 1, x_2 = -2.$$

$r$ è secante e i punti di intersezione sono $A(1; 4)$ e $B(-2; -5)$.

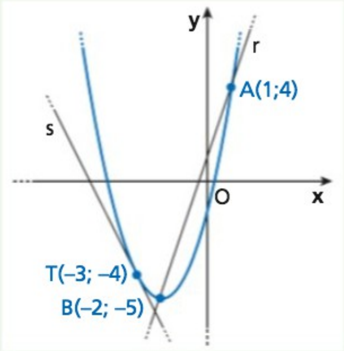
- Secondo sistema:

$$\begin{cases} y = -2x - 10 \\ y = x^2 + 4x - 1 \end{cases} \rightarrow \quad x^2 + 4x - 1 = -2x - 10 \rightarrow$$

$$x^2 + 6x + 9 = 0;$$

$$\Delta = 9 - 9 = 0 \quad \rightarrow \quad x_1 = x_2 = -3.$$

$s$ è tangente e il punto di tangenza è $T(-3; -4)$.




**Determina, se esistono, i punti di intersezione tra la retta e la parabola di cui sono date le equazioni e disegna il grafico corrispondente.**

**195** $y - 6 = 0$, $\quad y = -2x^2 + 8$. $[(-1; 6), (1; 6)]$

**196** $y = x$, $\quad y = -x^2 + 5x$. $[(0; 0), (4; 4)]$

**197** $y = 3x$, $\quad y = x^2 + 5x + 4$. [nessuna intersezione]

**198** $y = -2x - 3$, $\quad y = x^2 + 4x + 6$. $[(-3; 3)]$

**199** $y = 3x - 4$, $\quad y = -x^2 + x - 1$. $[(-3; -13), (1; -1)]$

**200** $y = 2x + 5$, $\quad y = x^2 + 2x + 5$. $[(0; 5)]$

**201** $y = 5x + 2$, $\quad y = 3x^2 - 4x + 2$. $[(0; 2), (3; 17)]$

## Equazione della parabola passante per un punto, noto il vertice

**Scrivi l'equazione della parabola con asse parallelo all'asse *y* che passa per il punto *A* e che ha vertice in *V*.**

**289** $A(2; -5)$, $\quad V(5; 4)$. $[y = -x^2 + 10x - 21]$

**IN 3 PASSI**

1. Scrivi la condizione relativa all'ascissa di $V$.
2. Imponi il passaggio della parabola di equazione $y = ax^2 + bx + c$ per i punti $A$ e $V$.
3. Poni le tre condizioni a sistema e risolvilo, per trovare $a$, $b$ e $c$.

**Osservazione.** È possibile risolvere l'esercizio con un metodo alternativo, scrivendo l'equazione della parabola nella forma $y - y_V = a(x - x_V)^2$.

**290** $A(-1; 10)$, $\quad V(0; 4)$. $[y = 6x^2 + 4]$

**291** $A(2; 0)$, $\quad V(1; 7)$. $[y = -7x^2 + 14x]$

**292** $A(4; 6)$, $\quad V(2; -2)$. $[y = 2x^2 - 8x + 6]$

**293** $A(4; 10)$, $\quad V(1; -8)$. $[y = 2x^2 - 4x - 6]$

**294** $A(1; 0)$, $\quad V\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{4}\right)$. $[y = -x^2 + 3x - 2]$

**295** $A(0; 1)$, $\quad V\left(\frac{3}{2}; \frac{13}{4}\right)$. $[y = -x^2 + 3x + 1]$

### Equazione della parabola passante per tre punti

**244** Determina l'equazione della parabola, con asse parallelo all'asse $y$, che passa per i punti $A(-1;-2)$, $B(1;0)$ e $C(2;-5)$.

**COMPLETA LO SVOLGIMENTO**

L'asse è parallelo all'asse $y$, quindi la parabola ha un'equazione del tipo $y = ax^2 + bx + c$.

Imponiamo il passaggio per i tre punti, sostituendo le coordinate di ciascuno di essi nell'equazione della parabola.

Poniamo le tre condizioni a sistema per trovare $a$, $b$ e $c$.

passaggio per $A$
passaggio per $B$
passaggio per $C$

$$\begin{cases} a(-1)^2 + b(-1) + c = \square \\ a(\square)^2 + b(\square) + c = \square \\ a(\square)^2 + b(\square) + \square = \square \end{cases} \xrightarrow{\text{risolviamo}} \begin{cases} a = \square \\ b = \square \\ c = \square \end{cases}$$

L'equazione è pertanto $y = -2x^2 + x + 1$.

**Determina l'equazione della parabola con asse parallelo all'asse $y$ che passa per i punti assegnati.**

**248** $A(0;0)$, $B(1;2)$, $C(3;0)$. $[y = -x^2 + 3x]$

**249** $A(1;-3)$, $B(2;3)$, $C(0;-5)$. $[y = 2x^2 - 5]$

**250** $A(-1;5)$, $B(1;1)$, $C(2;8)$. $[y = 3x^2 - 2x]$

**251** $A(1;1)$, $B(2;3)$, $C(-1;-9)$. $[y = -x^2 + 5x - 3]$

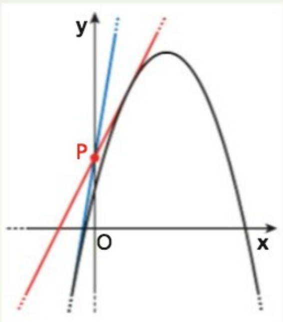
**252** $A(1;0)$, $B(0;-5)$, $C(2;3)$. $[y = -x^2 + 6x - 5]$

**253** $A(2;0)$, $B(1;-5)$, $C(-2;-8)$. $[y = x^2 + 2x - 8]$

## D Ricerca delle rette tangenti a una parabola

Attività interattiva → Teoria a p. 195

**225** **ESERCIZIO GUIDA** Data la parabola di equazione $y = -x^2 + 4x + 1$, determiniamo le equazioni delle rette passanti per il punto $P(0;2)$ tangenti alla parabola.




- Scriviamo l'equazione della retta generica passante per $P(0;2)$:

$$y - 2 = m(x - 0) \to y = mx + 2.$$

- Mettiamo a sistema l'equazione della retta con quella della parabola.

$$\begin{cases} y = mx + 2 \\ y = -x^2 + 4x + 1 \end{cases} \to -x^2 + 4x + 1 = mx + 2 \to x^2 + (m-4)x + 1 = 0$$

$$\Delta = m^2 + 16 - 8m - 4 = m^2 - 8m + 12$$

- Poniamo $\Delta = 0$ (condizione di tangenza):

$$m^2 - 8m + 12 = 0 \to m = 4 \pm \sqrt{4} = 4 \pm 2 \begin{cases} m_1 = 6, \\ m_2 = 2. \end{cases}$$

Le rette tangenti passanti per $P$ sono due e hanno equazioni $y = 6x + 2$ e $y = 2x + 2$.

**226** Trova l'equazione della retta tangente alla parabola $y = 2x^2 - 6x + 1$ nel suo punto $A(1; -3)$.

$[y = -2x - 1]$

**227** Data la parabola di equazione $y = x^2 - 3x + 2$, determina l'equazione della retta tangente nel suo punto di ascissa $-1$. $[y = -5x + 1]$

**228** Determina l'equazione della retta tangente alla parabola di equazione $y = -\frac{1}{2}x^2 - 4x - 6$ nel suo punto di intersezione con l'asse $y$.

$[y = -4x - 6]$

**229** Verifica che il punto $A(2;13)$ appartiene alla parabola di equazione

$$y = 5x^2 - 4x + 1$$

e trova l'equazione della retta tangente alla parabola in tale punto. $[y = 16x - 19]$

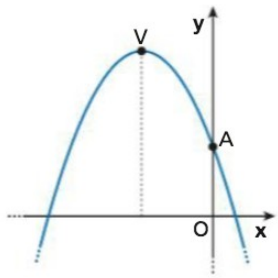
**230** Data la parabola di equazione $y = x^2 + 4x + 6$, determina le equazioni delle rette passanti per $P(-4; 5)$ e tangenti alla parabola.

$[y = -2x - 3; y = -6x - 19]$

**231** Determina le equazioni delle rette tangenti alla parabola di equazione $y = 2x^2 + 4x - 1$ condotte dal punto $A(-1; -5)$. $[y = 4x - 1; y = -4x - 9]$

### Coefficienti dell'equazione $y = ax^2 + bx + c$ e grafico

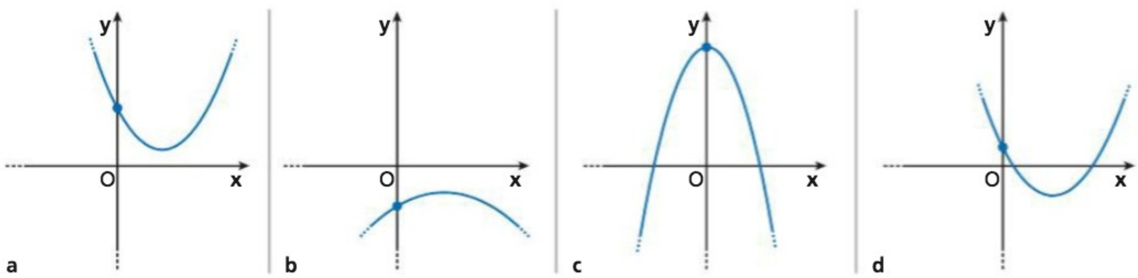
**89** Osservando il grafico della parabola di equazione $y = ax^2 + bx + c$, indica se i coefficienti $a$, $b$ e $c$ sono positivi o negativi.




**COMPLETA LO SVOLGIMENTO**

- **Segno di *a*.** Poiché la concavità è verso il basso, $a$ ☐ 0.
- **Segno di *b*.** L'ascissa del vertice $V$ è negativa, ovvero $-\frac{b}{2a}$ ☐ 0. Conosciamo il segno di $a$, quindi deve essere $b$ ☐ 0.
- **Segno di *c*.** La parabola e l'asse $y$ si intersecano in un punto $A$ di ordinata positiva, quindi $c$ ☐ 0.

**90** **LEGGI IL GRAFICO** Indica il segno di $a$, $b$, $c$ nell'equazione $y = ax^2 + bx + c$ per ciascuna delle parabole rappresentate.



## Equazione della circonferenza

→ Teoria a p. 362

**1** **TEST** La circonferenza di centro $(-2; -2)$ e raggio 3 ha equazione:

- **A** $(x-2)^2+(y-2)^2=3$.
- **B** $(x-2)^2+(y-2)^2=9$.
- **C** $(x+2)^2+(y+2)^2=3$.
- **D** $(x+2)^2+(y+2)^2=9$.

**2** Scrivi l'equazione della circonferenza di centro $C(-1; 4)$ e raggio 2.

**COMPLETA LO SVOLGIMENTO**

Applichiamo la formula $(x-\alpha)^2+(y-\beta)^2=r^2$ e svolgiamo i calcoli.

$[x-(-1)]^2+(y-4)^2=2^2 \rightarrow (\boxed{\phantom{xx}})^2+(y-4)^2=4 \rightarrow x^2+\boxed{\phantom{x}}+1+y^2\boxed{\phantom{xx}}+16=4 \rightarrow$

$x^2+y^2+2x-8y+13=0$

**3** Determina l'equazione della circonferenza con centro nell'origine e raggio 3. $[x^2+y^2=9]$

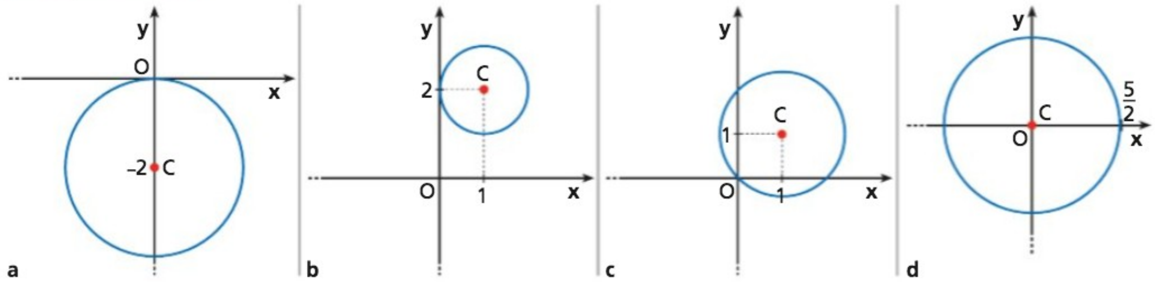
**4** Scrivi l'equazione della circonferenza con centro $C(2; -3)$ e raggio 4. $[x^2+y^2-4x+6y-3=0]$

**5** Trova l'equazione della circonferenza con centro $C(-1; -2)$ e raggio 5. $[x^2+y^2+2x+4y-20=0]$

**6** Determina il luogo geometrico dei punti del piano aventi distanza 2 dall'origine degli assi. $[x^2+y^2=4]$

**7** Scrivi il luogo geometrico dei punti del piano che hanno distanza $\sqrt{5}$ dal punto $(-3; 1)$. $[x^2+y^2+6x-2y+5=0]$

**8** **LEGGI IL GRAFICO** Scrivi le equazioni delle circonferenze rappresentate nei seguenti grafici.




**20** **ESERCIZIO GUIDA** Indichiamo quale, fra le seguenti equazioni, è quella di una circonferenza e rappresentiamo il suo grafico.

**a.** $x^2+y^2-x+y+5=0$; **b.** $4x^2+4y^2+8x-16y+11=0$.

Il raggio $r=\sqrt{\frac{a^2}{4}+\frac{b^2}{4}-c}$ deve essere un numero reale, quindi il radicando deve essere maggiore o uguale a 0.

**a.** Per l'equazione $x^2+y^2-x+y+5=0$, poiché $a=-1$, $b=1$, $c=5$, otteniamo:

$$\frac{(-1)^2}{4}+\frac{1^2}{4}-5=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}-5=-\frac{18}{4}<0 \rightarrow \text{l'equazione non è quella di una circonferenza.}$$

**b.** Dividiamo entrambi i membri per 4:

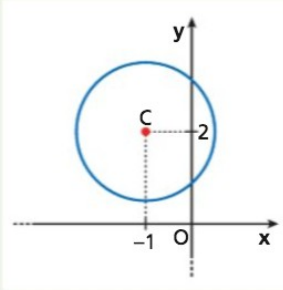
$$x^2 + y^2 + 2x - 4y + \frac{11}{4} = 0.$$

Sostituiamo $a = 2, b = -4, c = \frac{11}{4}$ nell'espressione $\left(-\frac{a}{2}\right)^2 + \left(-\frac{b}{2}\right)^2 - c$:

$$1 + 4 - \frac{11}{4} = \frac{9}{4} > 0.$$

L'equazione data, quindi, è quella di una circonferenza di raggio $\frac{3}{2}$.

Le coordinate del centro sono $\alpha = -\frac{a}{2} = -1$ e $\beta = -\frac{b}{2} = 2$.




**Determina se ognuna delle seguenti equazioni corrisponde a una circonferenza; in caso affermativo disegna la circonferenza, dopo aver determinato il centro e il raggio.**

**21** **a.** $x^2 + y^2 + 1 = 0$; **b.** $x^2 + y^2 - 1 = 0$; **c.** $6x^2 + 6y^2 - 24 = 0$.

**22** **a.** $(x - 1)^2 + y^2 = 4$; **b.** $x^2 + 2y^2 + x + 3y - 5 = 0$; **c.** $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 2 = 0$.

**23** **a.** $x^2 + y^2 + 2xy + 3 = 0$; **b.** $3x^2 - 3y^2 + x + y + 1 = 0$; **c.** $x^2 + y^2 - 6x + 2y - 6 = 0$.

**24** **a.** $x^2 + y^2 - 4y + 1 = 0$; **b.** $x^2 + y^2 - 2x - 15 = 0$; **c.** $x^2 + y^2 - 14x + 8y + 16 = 0$.

**25** **a.** $2x^2 + 2y^2 - 4x + 3y + 2 = 0$; **b.** $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 7 = 0$; **c.** $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 5 = 0$.

---

**77** Determina la posizione della retta di equazione $3x + y + 1 = 0$ rispetto alla circonferenza di equazione $x^2 + y^2 + 6x + 4y + 9 = 0$.

**COMPLETA LO SVOLGIMENTO**

La circonferenza ha centro $C(\square; \square)$ e raggio $r = \sqrt{\square} = \sqrt{4} = 2$.
Troviamo la distanza tra $C$ e la retta:

$$d = \frac{|3x_C + y_C + 1|}{\sqrt{\square^2 + \square^2}} = \frac{|3(-3) + (-2) + 1|}{\sqrt{10}} = \frac{10}{\sqrt{10}} = \sqrt{10}.$$

Poiché $d > r$, la retta è esterna alla circonferenza.

| Se... | la retta è... |
|---|---|
| $d > r$ | esterna |
| $d = r$ | tangente |
| $d < r$ | secante |

**Determina la posizione della retta rispetto alla circonferenza senza ricercare i punti di intersezione.**

**78** $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 4 = 0$, $3x - 4y - 6 = 0$. [secante]

**79** $x^2 + y^2 - x + 2y = 0$, $x - 2y = 0$. [tangente]

**80** $x^2 + y^2 - 3x + 4y = 0$, $y = -5$. [esterna]

---

**85** **ESERCIZIO GUIDA** Stabiliamo la posizione della retta di equazione $2x - y + 1 = 0$ rispetto alla circonferenza di equazione $x^2 + y^2 - x - 9y + 8 = 0$ e determiniamo le coordinate degli eventuali punti di intersezione.

Consideriamo il sistema formato dalle equazioni della retta e della circonferenza.

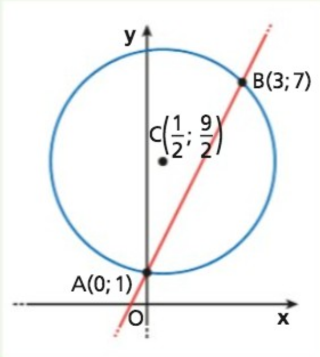
$$\begin{cases} 2x - y + 1 = 0 \\ x^2 + y^2 - x - 9y + 8 = 0 \end{cases}$$ risolviamo con il metodo di sostituzione

$$\begin{cases} y = 2x + 1 \\ x^2 + (2x+1)^2 - x - 9(2x+1) + 8 = 0 \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} y = 2x + 1 \\ x^2 + 4x^2 + 4x + 1 - x - 18x - 9 + 8 = 0 \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} y = 2x + 1 \\ 5x^2 - 15x = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = 2x + 1 \\ 5x(x-3) = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{array}{l} x = 0,\ y = 1; \\ x = 3,\ y = 7. \end{array}$$

La retta è quindi secante e $A(0;1)$ e $B(3;7)$ sono i punti di intersezione richiesti.




**Nelle seguenti coppie di equazioni, stabilisci la posizione della retta rispetto alla circonferenza e, nei casi in cui la retta non sia esterna, determina le coordinate dei punti di intersezione o quelle del punto di tangenza.**

**86** $x^2 + y^2 + 4x - 2y = 0$, $\quad x + 3y + 4 = 0$. [secante: $(-4; 0), (-1; -1)$]

**87** $x^2 + y^2 - 6x + 2y = 0$, $\quad y - 3x = 0$. [tangente: $(0; 0)$]

**88** $x^2 + y^2 - 50 = 0$, $\quad 3x + 4y + 40 = 0$. [esterna]

**89** $x^2 + y^2 - 6x + 3y - 4 = 0$, $\quad 2x + y - 1 = 0$. [secante: $(0;1), \left(\frac{16}{5}; -\frac{27}{5}\right)$]

## Retta tangente in un punto della circonferenza

**124** **ESERCIZIO GUIDA** Determiniamo l'equazione della retta tangente alla circonferenza $x^2 + y^2 - 4x - 2y = 0$ nel suo punto $P(1; 3)$.

La circonferenza ha centro $C(2; 1)$.

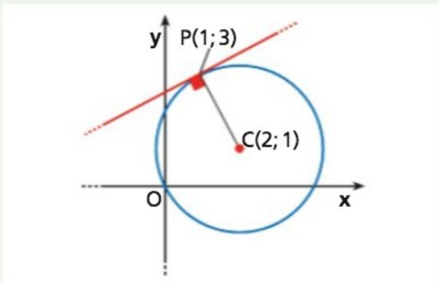
La retta tangente è perpendicolare al raggio $PC$ nel punto di tangenza.

Il coefficiente angolare del raggio $PC$ è:

$$m = \frac{y_P - y_C}{x_P - x_C} = \frac{3-1}{1-2} = -2.$$

Per la condizione di perpendicolarità $m' = -\frac{1}{m}$, la retta tangente ha coefficiente angolare $\frac{1}{2}$:

$$y - 3 = \frac{1}{2}(x - 1) \rightarrow y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}.$$




**Assegnate l'equazione di una circonferenza e le coordinate di un punto *P*, verifica che *P* appartiene alla circonferenza e determina l'equazione della tangente in *P*.**

**125** $x^2 + y^2 + 5x = 0$, $\quad P(-1; -2)$. [$3x - 4y - 5 = 0$]

**126** $x^2 + y^2 + 2x - 4y = 0$, $\quad P(-2; 4)$. [$x - 2y + 10 = 0$]

**127** $x^2 + y^2 + 4y - 6 = 0$, $\quad P(-1; 1)$. [$3y - x - 4 = 0$]

**128** $x^2 + y^2 - 4x = 0$, $\quad P(4; 0)$. [$x = 4$]

### Sono noti il centro e un punto

**Determina l'equazione della circonferenza di centro *C* e passante per il punto *P*.**

**138** $C(3; -2)$, $P(4; 0)$. $[x^2 + y^2 - 6x + 4y + 8 = 0]$

**139** $C\left(-\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$, $P(6; -1)$. $[x^2 + y^2 + 3x - y - 56 = 0]$

**140** $C(-1; 4)$, $P(3; 1)$. $[x^2 + y^2 + 2x - 8y - 8 = 0]$

## ELLISSE

**8** **ESERCIZIO GUIDA** Data l'ellisse di equazione $4x^2 + 25y^2 = 100$, determiniamo la misura dei semiassi, le coordinate dei vertici, quelle dei fuochi e l'eccentricità, e rappresentiamo il suo grafico.

- Dividiamo entrambi i membri dell'equazione data per 100, per ridurla nella forma canonica:

  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{4} = 1 \rightarrow a^2 = 25, \quad b^2 = 4 \rightarrow a = 5, \quad b = 2.$

  $a > b \rightarrow$ i fuochi sono sull'asse $x$.

  $$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

- Le coordinate dei vertici sono:

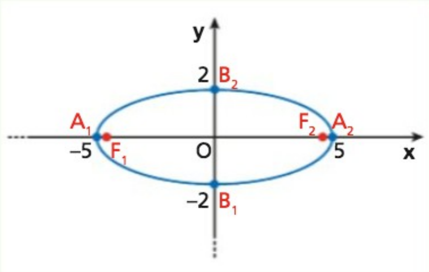
  $A_1(-5; 0)$, $A_2(5; 0)$, $B_1(0; -2)$, $B_2(0; 2)$.

- Per trovare i fuochi usiamo la relazione:

  $c^2 = a^2 - b^2 = 25 - 4 = 21 \rightarrow c = \sqrt{21} \rightarrow$

  $F_1(-\sqrt{21}; 0)$ e $F_2(\sqrt{21}; 0)$.

- L'eccentricità è $e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{21}}{5}$.




**Data l'equazione dell'ellisse, in ciascuno dei seguenti casi, determina la misura dei semiassi, le coordinate dei vertici, quelle dei fuochi e l'eccentricità, e rappresenta la curva graficamente.**

**9** $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$

**10** $\frac{x^2}{16} + y^2 = 1$

**11** $\frac{4}{25}x^2 + \frac{4}{9}y^2 = 1$

**12** $9x^2 + 4y^2 = 36$

**13** $7x^2 + y^2 = 7$

**14** $4x^2 + y^2 = 16$

**15** $x^2 + 3y^2 = 1$

**16** $y^2 + 4x^2 = 9$

**17** $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = \frac{1}{3}$

**18** $4 - x^2 - 16y^2 = 0$

**19** $9x^2 + y^2 = 1$

**20** $y^2 = 144 - 9x^2$

**ESEMPIO**

Consideriamo l'equazione $4x^2 + 9y^2 = 16$.

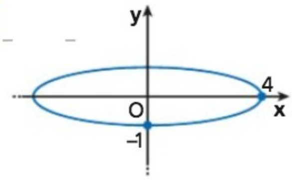
Poiché $9y^2 = \frac{y^2}{\frac{1}{9}}$, se dividiamo i due membri per 16, otteniamo:

$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{\frac{16}{9}} = 1 \rightarrow \text{equazione di un'ellisse.}$$

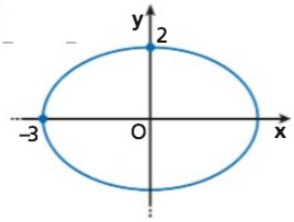
$$a^2 = 4 \text{ e } b^2 = \frac{16}{9} \rightarrow a = 2 \text{ e } b = \frac{4}{3}.$$

**LEGGI IL GRAFICO** **Trova le equazioni delle ellissi rappresentate nei seguenti grafici, utilizzando i dati delle figure, e determina le coordinate dei vertici, quelle dei fuochi e l'eccentricità.**

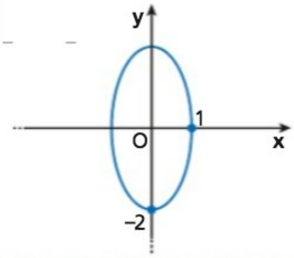
**21**




**22**

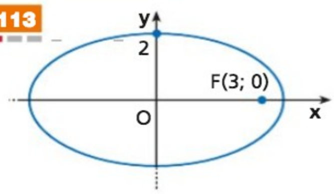



**23**

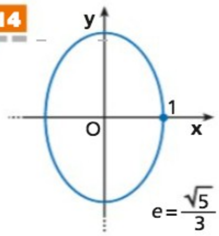



**LEGGI IL GRAFICO** **Trova le equazioni delle ellissi, utilizzando i dati delle figure.**

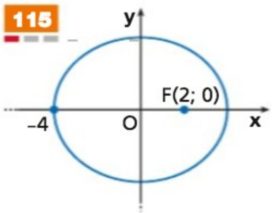
**113**



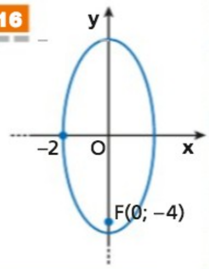

**114**




**115**




**116**




**27** Scrivi l'equazione dell'ellisse con i fuochi sull'asse $x$, il semiasse minore $b = 4$ ed eccentricità $e = \frac{3}{5}$.

**COMPLETA LO SVOLGIMENTO**

- $e = \frac{c}{a} \rightarrow \frac{c}{a} = \frac{3}{5} \rightarrow \square = \frac{3}{5}a$
- $\square = a^2 - b^2 \rightarrow \left(\frac{3}{5}a\right)^2 = a^2 - \square \rightarrow \frac{9}{25}a^2 - a^2 = -16 \rightarrow -\frac{\square}{\square}a^2 = -\square \rightarrow a^2 = 25$

Quindi l'equazione cercata è $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$.

**Scrivi l'equazione dell'ellisse con i fuochi sull'asse *x* e con le seguenti caratteristiche (ricorda che *a*, *b*, *c* ed *e* sono, rispettivamente, le misure dei semiassi, la semidistanza focale e l'eccentricità).**

**28** **a.** $a = 4,\quad b = 1.$ $[x^2 + 16y^2 = 16]$

**b.** $a = 2,\quad c = 1.$ $[3x^2 + 4y^2 = 12]$

**29** **a.** $a = 3,\quad e = \frac{2}{3}.$ $\left[\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1\right]$

**b.** $b = 2,\quad e = \frac{\sqrt{3}}{2}.$ $[x^2 + 4y^2 = 16]$

**Scrivi l'equazione dell'ellisse con i fuochi sull'asse *y* e con le seguenti caratteristiche (ricorda che *a*, *b*, *c* ed *e* sono, rispettivamente, le misure dei semiassi, la semidistanza focale e l'eccentricità).**

**30** **a.** $b = 3,\quad a = 2.$ $\left[\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1\right]$

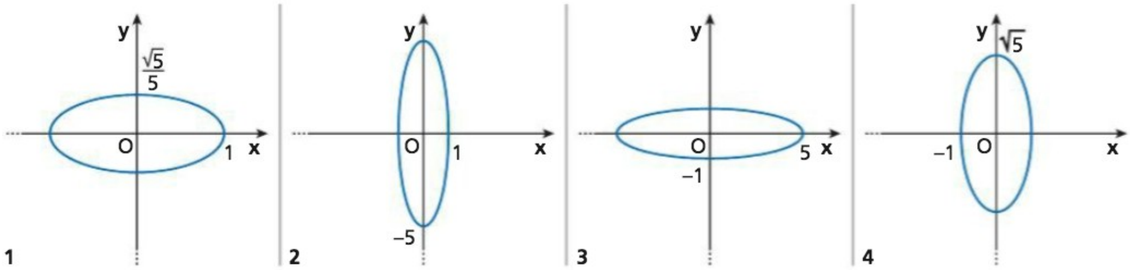
**b.** $b = 2,\quad c = 1.$ $\left[\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{4} = 1\right]$

**31** **a.** $a = 2,\quad e = \frac{\sqrt{3}}{2}.$ $\left[\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} = 1\right]$

**b.** $b = 10,\quad e = \frac{3}{5}.$ $\left[\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{100} = 1\right]$

**44** ASSOCIA a ogni equazione il grafico corrispondente.

**a.** $\frac{x^2}{25}+y^2=1$ **b.** $x^2+\frac{y^2}{25}=1$ **c.** $5x^2+y^2=5$ **d.** $x^2+5y^2=1$




COMPLETA tenendo conto che $F_1$ e $F_2$ sono i fuochi dell'ellisse, $a$, $b$ e $c$ sono le misure dei semiassi e la semi-distanza focale ed $e$ è l'eccentricità.

**45** $\frac{x^2}{4}+y^2=1 \rightarrow F_1(\square;\square), \quad F_2(\square;\square); \qquad e=\square, \quad b=\square.$

**46** $\frac{x^2}{\square}+\frac{y^2}{\square}=1 \rightarrow F_1(0;8); \quad F_2(0;-8); \qquad e=\frac{4}{5}, \quad c=\square.$

**47** $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{\square}=1 \rightarrow F(\square;0), \quad F_2(\square;0); \qquad e=\frac{\sqrt{5}}{3}, \quad a=\square.$

**48** $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{\square}=1 \rightarrow F_1(0;-4), \quad F_2(0;4); \qquad e=\square, \quad c=\square.$